

.01

لتكن u_n و v_n متتاليتين معرفتين بما يلي : لكل n من \mathbb{N} : $u_n = \frac{1}{4}(2^n + 4n - 5)$ و $v_n = \frac{1}{4}(2^n - 4n + 5)$.

1. أحسب u_0 و u_1 و v_0 و v_1 .

2. نضع : $a_n = u_n + v_n$.

أ- بين أن المتتالية a_n هندسية و أساسها 2 . ب- أحسب المجموع : $S_1 = \sum_{i=0}^{i=n} a_i = a_0 + a_1 + \dots + a_n$.

3. نضع : $b_n = u_n - v_n$.

أ- بين أن المتتالية b_n حسابية و أساسها 2 . أحسب المجموع : $S_2 = \sum_{i=0}^{i=n} b_i = b_0 + b_1 + \dots + b_n$.

4. استنتج المجموع : $S_3 = \sum_{i=0}^{i=n} u_i = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $S_4 = \sum_{i=0}^{i=n} v_i = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

.02

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{2 \cdot u_n}{3 + \sqrt{u_n}}$.

1. أ- أحسب : u_1 و u_2 . ب- بين أن : $u_n > 0 : \forall n \geq 0$.

2. بين أن : u_n تناقصية .

3. أ- بين أن : $u_n \leq \frac{2}{3} u_{n+1} : \forall n \geq 0$. ب- استنتج أن : $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n : \forall n \geq 0$.

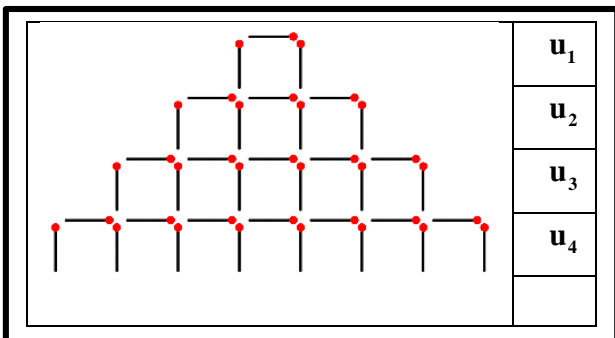
.03

نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة ب : $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{2}{1 + u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

1. أ- أحسب u_1 و u_2 . ب- بين بالترجع : $0 \leq u_n \leq 3 : \forall n \in \mathbb{N}$.

2. نعتبر المتتالية v_n المعرفة ب : لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

أ- أحسب v_0 و v_1 . ب- بين أن المتتالية v_n هندسية و أساسها $\frac{1}{2}$. ج- أكتب v_n و u_n بدلالة n . د- أحسب u_{10} .



.04

نستعمل عود الثقاب للإنشاء هرم كما يوضحه الشكل .

نرمز u_n عدد عود الثقاب الضرورية للإنشاء الطبقة رقم n .

1. ما هي طبيعة المتتاليات u_n محددا عناصرها المميزة .

2. ما هو عدد عود الثقاب الضرورية لإنشاء الهرم المتكون من 100 طباق ؟