التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $U_0=1$ و $U_{n+1}=\dfrac{U_n}{3^nU_n+3}$

و نضع $V_n=\dfrac{1}{3^nU_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

☺ أحسب U_1 و $V_0\,;V_1$

☺ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية ثم أحسب V_n بدلالة n

☺ استنتج أن $U_n=\dfrac{1}{3^{n-1}(n+3)}$

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $U_0=1$ و $3U_{n+1}=2U_n+n+3$

و لتكن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$متتالية بحيث : $V_n=U_n-n$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

i. بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

ii. استنتج أن $U_n=\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+n$

iii. بين أن $U_0+U_1+.....+U_{99}=4953-3\left(\dfrac{2}{3}\right)^{100}$

التمرين الثالث

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $\begin{cases}U_0=2\\U_{n+1}=\dfrac{1}{5}(U_n-4n-1)\end{cases}$

و نضع $V_n=U_n+n-1$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$

ب- أحسب V_n و U_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

2) نضع $T_n=V_0+V_1+......+V_n$

و $S_n=U_0+U_1+......+U_n$

بين أن $T_n=\dfrac{1}{4}\left(5-\dfrac{1}{5^n}\right)$ و أن $S_n=T_n-\dfrac{(n-2)(n+1)}{2}$

التمرين الرابع

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث: $\begin{cases}25U_{n+2}=10U_{n+1}-U_n\\U_0=0\quad;\quad U_1=1\end{cases}$

و نضع $\mathrm{V}_n=U_{n+1}-\dfrac{1}{5}U_n$ و $W_n=5^nU_n$ حيث $n\in\mathbb{N}$

1) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و $(W_n)_n$ متتالية حسابية

2) حدد الحد العام U_n بدلالة n

3) أ- بين أن $0\le U_{n+1}\le\dfrac{2}{5}U_n$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

ب- استنتج أن $0\le U_n\le\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

التمرين الخامس

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $\begin{cases}U_0=\dfrac{31}{5}\\U_{n+1}=\dfrac{U_n^2+5U_n+10}{3(U_n-1)}\end{cases}$

1) أثبت أن $U_n\ge 5$ $(\forall\in\mathbb{N})$

2) بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$تناقصية

3) بين أن $U_{n+1}-5\le\dfrac{1}{10}(U_n-5)$ لكل n من $\mathbb{N}$

و استنتج أن $U_n-5\le\dfrac{6}{5}\left(\dfrac{1}{10}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

4) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

التمرين السادس

$(U_n)_n\ ;\ (V_n)_n$ متتاليتان معرفتان بما يلي :

$\begin{cases}U_0=1\\U_{n+1}=\dfrac{U_n+2V_n}{3}\end{cases}$ و $\begin{cases}V_0=12\\V_{n+1}=\dfrac{U_n+3V_n}{4}\end{cases}$

ونضع $W_n=V_n-U_n\quad;\quad T_n=3U_n+8V_n$

1) بين $(W_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب W_n بدلالة n

2) بين أن $(T_n)_n$ ثابتة محددا قيمتها

3) استنتج مما سبق $U_n\ ;\ V_n$ بدلالة n

التمرين السابع

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عـــددية معرفة بما يلي:

$\begin{cases}U_0=1\quad;\quad U_1=5\\U_{n+2}=4U_{n+1}-4U_n\end{cases}$ و نضع $x_n=U_{n+1}-kU_n$

1) حدد k بحيث تكون $(x_n)_n$ متتالية هندسية و حدد أساسها

2) نفترض أن $k=2$

أ- بين أن $U_{n+1}=2U_n+(3\times 2^n)$

ب- نضع $W_n=2^nU_n$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية حسابية

ج- حدد U_n بدلالة n

التمرين الثامن

☜ $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالبة بحيث

$S_n=U_0+U_1+.....+U_n=\dfrac{n^2+n}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أحسب $U_0\ ;\ U_1$ بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية و حدد U_n بدلالة n

☜ لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالبة حسابية أساسها $r\neq 0$ و $U_0=2$

و بحيث $U_1\ ;\ U_3\ ;\ U_{13}$ حدود متتابعة لمتتالية هندسية

بين أن $r=-4$ و أحسب الجمع $U_0+U_1+......+U_{n-1}$