تمرين رقم 1

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي :

$$U_n = \frac{n^2+1}{2n^2+n+2}$$

بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$ و مصغورة ب $\frac{2}{5}$

تمرين رقم 2

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي :

$$U_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{n+n}$$

أ- ليكن k عدد طبيعي بحيث $1 \le k \le n$

قارن $\frac{1}{n+k}$ و $\frac{1}{n+n}$

ب- استنتج أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ مصغورة بالعدد $\frac{1}{2}$

تمرين رقم 3

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2$

1) أحسب الحدين U_1 ; U_2

2) بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ مكبورة بالعدد 4

3) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

تمرين رقم 4

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة ب: $U_0 = \frac{3}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n}{U_n+1}$

1) أحسب الحدين U_1 ; U_2

2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_n > 1$

3) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

تمرين رقم 5

لتكن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية معرفة ب:

$V_1 = -1$ ، $V_{n+1} = \frac{9}{6-V_n}$ و نضع $a_n = \frac{1}{V_n - 3}$

❶ أحسب V_2 ; a_1 ; a_2

❷ بين أن $V_n < 3$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

❸ أدرس رتابة المتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

❹ بين أن $(a_n)_{n\ge1}$ متتالية حسابية محددا أساسها

❺ أحسب الحد العام a_n بدلالة n ثم استنتج V_n بدلالة n

❻ أحسب الجمع $S = a_1 + a_2 + ... + a_n$

تمرين رقم 6

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$U_0 = -2$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n - 3}{U_n + 6}$

1) بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N})$ $-3 < U_n < -1$

2) ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) نضع $V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}$

أ- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n

ب- استنتج أن $U_n = -\frac{5^n + 3^{n+1}}{5^n + 3^n}$

ج- أحسب بدلالة n الجمع $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{n-1}$

تمرين رقم 7

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$U_0 = 12$; $U_1 = \frac{11}{2}$ و $6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n$

أحسب U_2 ; U_3

نضع $W_n = 3U_{n+1} - U_n$ بين أن $(w_n)_{n\ge0}$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم حدد الحد العام W_n بدلالة n

بين أن $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}}$

نضع $V_n = U_n - \frac{9}{2^n}$ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n استنتج U_n بدلالة n

تمرين رقم 8

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية معرفة ب: $U_0 = 1$

و $U_{n+1} = \frac{1}{4}(2U_n + n + 2)$ ونضع $V_n = 2U_n - n$

أحسب V_0 ; V_1 ; U_1

بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها q

أحسب الحد العام V_n بدلالة n

استنتج U_n بدلالة n