

### التمرين 1:

حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  في كل من الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-2x-15}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2|x-1|}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2}}$$

$$f(x) = \frac{x-7}{x^2-2|x-15}$$

$$f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 \cos x - 1}$$

$$f(x) = \sqrt{\cos x - \sin x}$$

$$f(x) = \sqrt{\tan x - \sqrt{3}}$$

### التمرين 2:

أدرس زوجية الدالة  $f$  في كل من الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{|x+1|+|x-1|}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$$

$$f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f(x) = \cos x + \sin^2 x$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 \cos x - 1}$$

### التمرين 3:

أدرس دورية الدالة  $f$  و حدد دورها في كل من الحالات التالية:

$$f(x) = \sqrt{x+18}$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f(x) = \cos x + \sin x$$

$$f(x) = |\sin x|$$

$$f(x) = \cos^2 x$$

$$f(x) = \cos(3x) + \sin(2x)$$

$$f(x) = \cos(4x)$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 \cos x - 1}$$

### التمرين 4:

نعتبر  $f$  دالة عددية زوجية معرفة في  $R$  و دورية ، دورها 2

بحيث:  $(\forall x \in [0;1]): f(x) = 2x - 1$

1. أحسب  $f(2k)$  و  $f(2k+1)$  لكل عدد صحيح نسبي  $k$ .

2. صغ  $f(x)$  بحسب المجال:

$$x \in [-1;0] \quad .2.1$$

$$x \in [1;2] \quad .2.2$$

$$x \in [-2;-1] \quad .2.3$$

3. مثل منحنى  $f$  في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ممنظم.

4. بين أن:

$$(\forall x \in R \setminus \{2k+1/k \in Z\}): f(x) = 2(|x| - E(|x|))(-1)^{E(|x|)} - 1$$

(تذكير:  $E(x)$  هو الجزء الصحيح للعدد  $x$ )

### التمرين 5:

نعتبر  $f$  دالة عددية فردية معرفة في  $R$  و دورية ، دورها 3

بحيث:  $(\forall x \in [0; \frac{3}{2}]): f(x) = x(x-3)$

1. أحسب  $f(3k)$  و  $f(3k + \frac{3}{2})$  ثم  $f(\frac{3k}{2})$  لكل عدد صحيح نسبي  $k$ .

2. صغ  $f(x)$  بحسب المجال:

$$x \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right] \quad .2.1$$

$$x \in \left[\frac{3}{2}; 3\right] \quad .2.2$$

$$x \in \left[-3; -\frac{3}{2}\right] \quad .2.3$$

3. مثل منحنى  $f$  في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ممنظم.

### التمرين 6:

نعتبر دالة عددية  $f$  معرفة على  $D_f$  و دالة عددية  $g$  معرفة

على  $D_g$  بحيث:

$$D_f \subset R \text{ و } D_g \subset R \text{ و } D_f \neq \emptyset \text{ و } D_g \neq \emptyset$$

$$(\forall x \in D_g): -x \in D_g \text{ و } (\forall x \in D_f): -x \in D_f$$

1. نضع لكل  $x$  من  $D_f$ :

$$i(x) = \frac{1}{2}(f(x) - f(-x)) \text{ و } p(x) = \frac{1}{2}(f(x) + f(-x))$$

1.1 حدد زوجية الدالتين  $i$  و  $p$ .

1.2 استنتج أن  $f$  هي مجموع دالة زوجية و أخرى فردية.

2. نفترض أن  $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ .

2.1 نعتبر عددين حقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$ . حدد زوجية الدالة

$\alpha.f + \beta.g$  علما أن  $f$  و  $g$  لهما نفس الزوجية.

2.2 أدرس زوجية الدالتين  $fg$  و  $\frac{f}{g}$  بحسب زوجية  $f$

و  $g$ .

3. نفترض أن  $f(D_f) \cap D_g \neq \emptyset$ . حدد زوجية  $g \circ f$

في كل من الحالات التالية:

3.1 زوجية  $f$

3.2  $f$  و  $g$  فرديتان

3.3  $f$  فردية و  $g$  زوجية.

### التمرين 7:

حل في  $R$  المعادلات التالية:

$$\begin{array}{l|l} E(5x) = -8 & E(3x-1) = 11 \\ E\left(\frac{1}{x}\right) = 10 & 2E\left(\frac{x}{2}\right) = -1 \\ E(-x) = -E(x) & 2E(x)+1 = |3E(x)-1| \\ E(2x) = 2x & E(x) = 3x-2 \end{array}$$

### التمرين 8:

بين ما إذا كانت الدالة  $f$  مكبورة أو مصغورة أو محدودة على مجموعة تعريفها:

$$\begin{array}{l|l} f(x) = 2x^2 + x + 3 & f(x) = |2x+1| + x \\ f(x) = \cos^2 x + 3 \sin x & f(x) = \cos x + \sin x \\ f(x) = \sqrt{4x-x^2} & f(x) = \frac{x+1}{x^2+1} \\ f(x) = x + \sqrt{x^2+1} & f(x) = x + \sqrt{1-x^2} \end{array}$$

### التمرين 9:

أدرس إشارة الدالة  $f$  على مجموعة تعريفها:

$$\begin{array}{l|l} f(x) = -2x^2 + 4x + 5 & f(x) = |2x-1| - |3x-1| \\ f(x) = 2 \sin^2 x + \sin x & f(x) = \cos x + \sin x \\ f(x) = \frac{1-\sin x}{1-\cos x} & f(x) = \frac{2x-1}{2x+1} \\ f(x) = x + \sqrt{x^2-1} & f(x) = -x + \sqrt{1-x^2} \end{array}$$

### التمرين 10:

قارن الدالتين  $f$  و  $g$  على مجموعتي تعريفهما:

$$\begin{array}{l|l} g(x) = \sqrt{x^2+2x} & f(x) = x+1 \\ g(x) = 2x^2-x+5 & f(x) = x^2-5x+1 \\ g(x) = x-2 & f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x-1} \\ g(x) = \frac{1+\cos x}{1+\sin x} & f(x) = \frac{1-\sin x}{1-\cos x} \end{array}$$

### التمرين 11:

نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة ب:

$$f(x) = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$$

- حدد مجموعة تعريف  $f$ .
- هل زوجية؟ فردية؟
- بين أن 3 هي القيمة القصوى المطلقة للدالة  $f$ .

4. بين أن  $\frac{1}{3}$  هي القيمة الدنيا المطلقة للدالة  $f$ .

5. ناقش و حل المعادلة  $f(x) = m$  في  $R$  حيث  $m$  باراميتر من  $R$ .

### التمرين 12:

نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة ب:

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

- هل  $f$  زوجية؟ فردية؟
- صغ  $f(2-x)$  بدلالة  $f(x)$ .
- بين أن 0 هي قيمة قصوى نسبية للدالة  $f$ .
- استنتج أن -4 هي قيمة دنيا نسبية للدالة  $f$ .
- هل  $f$  مكبورة؟ مصغورة؟
- أدرس رتبة الدالة  $f$  على المجالات التالية:  
 $]-\infty; 0]$  و  $[0; 2]$  و  $[2; +\infty[$
- استنتج جدول تغير الدالة  $f$ .
- ما هي المطارف الأخرى للدالة  $f$ ؟

### التمرين 13:

نعتبر  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$  نحو مجال  $J$ .

نفترض أن  $f$  دالة رتيبة قطاعا على  $I$  و أن  $J = f(I)$ .

- بين أن  $f$  تطبيق تقابلي من المجال  $I$  نحو المجال  $J$ .
- بين أنه إذا كان  $0 \in J$  فإن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $I$ .
- استنتج أنه إذا كان  $a$  و  $b$  من  $I$  بحيث  $f(a)f(b) < 0$  فإن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $I$ .
- بين أن المعادلة  $x^3 + x - 1 = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $[0; 1]$ .

### التمرين 14:

لتكن  $f$  و  $g$  الدالتين المعرفتين ب:

$$g(x) = \sqrt{x-2} \text{ و } f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 2x)$$

و ليكن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  المنحنيين الممثلين على التوالي

للدالتين  $f$  و  $g$  في معلم متعامد منظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- تحقق من أن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  يتقاطعان في  $A(2; 0)$  و  $B(3; 1)$ .
  - أنشئ المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .
  - حدد مبيانيا  $g([2; 3])$  و  $g([3; +\infty[)$ .
  - نعتبر الدالة العددية  $h = fog$ .
- أدرس تغيرات الدالة  $h$  على مجموعة تعريفها  $D_h$ .