تمرين رقم 1

a و b و c أعداد حقيقية من $\mathbb{R}^+$ نعتبر الدالة f :

$$f(x) = x^2 - (b+c)x + b^2 + c^2 - bc$$

☼ اعط جدول تغيرات الدالة f

☼ استنتج أن $ab + bc + ca \le a^2 + b^2 + c^2$

تمرين رقم 2

نعتبر الدالتين :

$$f(x) = \frac{-x^3 + 3x^2 - 3x + 1}{x^3} \quad \text{و} \quad g(x) = (x-1)^3$$

a) بين أن $T_g(x,y) = \left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2$

b) تحقق أن $f(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$ لكل x من IR^*

c) أدرس رتابة f على IR_+^* و IR_-^*

تمرين رقم 3

نعتبر الدالة العدديةf المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

⊂ حدد D_f وأحسب $(f(x))^2$ ثم استنتج أن $1 \le f(x) \le 2$

بين أن :

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}}$$

⊂ أدرس رتابة الدالة f على $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ وعلى $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

⊂ لتكن h الدالة المعرفة على $]2, +\infty[$ بما يلي :

$h(x) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$ ونضع $g(x) = \frac{2}{x}$

⊂ بين أن $h = f \circ g$ ثم أدرس رتابة الدالة h

تمرين رقم 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = x^3 + x^2 + x$

-1 بين أن $x^2 + x(1+y) + y^2 + y + 1 > 0$

لكل x و y من $\mathbb{R}$

-2 أدرس رتابة الدالة f

-3 لتكن g الدالة بحيث : $g(x) = \frac{1+x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

-4 تحقق أن $g(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ ثم أدرس رتابة الدالة g

تمرين رقم 5

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = x^2 - \frac{2}{x} + 1$

☹ بين أن g تزايدية قطعا على $]1, +\infty[$

☹ لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + x - 2}}$$

-1 بين أن $D_f =]1, +\infty[$

-2 تحقق أن $f(x) = \frac{1}{\sqrt{g(x)}}$ وأدرس رتابة f

تمرين رقم 6

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$

-1 حدد D_f وبين أن الدالة f مصغورة

-2 بين أن f مكبورة بالعدد 1

-3 نضع $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ و $h(x) = \sqrt{2x-1}$

أ- بين أن $T_g(x,y) = \frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$

ب- أدرس رتابة الدالة g على $[1, +\infty[$; $[0,1]$

ج- تحقق أن $f = g \circ h$ ثم أدرس رتابة الدالة f

تمرين رقم7

1) ليكن n عددا طبيعيا غير منعدما ، حدد ما يلي : $E\left(\frac{n+1}{n}\right)$

، $E\left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$ ، $E\left(\sqrt{n^2+n}\right)$ ،

$E\left(\sqrt{(n+1)(n+3)}\right)$ ، $E\left(\sqrt{4n^2+4n}\right)$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : $E(1-2x) = 3$ ،

$E\left(\sqrt{x-2}\right) - 2 = 0$ ، $E\left(x^2 - 3x + 3\right) = 1$

4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

$E(3-x) < 1$ ، $E(x) \ge 2$ ، $2E\left(\frac{2}{x-1}\right) \le 3$

تمرين رقم 8

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = E(2x) - 2x$

1) بين أن الدالة f دورية دورها $T = 1$

2) أكتب تعبير $f(x)$ على كل من $[0,1[$ و $[1,2[$

3) أرسم المنحنى (C_f) على المجال $[-3,5[$