

حركة دوران جسم صلب غير قابل للتشوه حول محور ثابت

I دوران جسم صلب حول محور ثابت

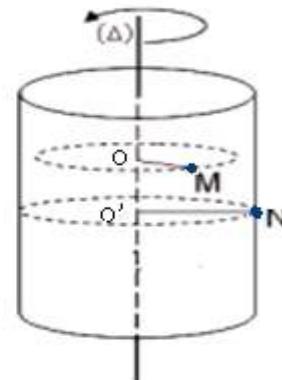
1) تعريف :

يكون جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت إذا كانت كل نقطة من نقاطه في حركة دائرية مركبة على هذا المحور.

النقطتان M و N ترسمان بالنتيجة مسارين دائريين مركبين

على التوالي في النقطتين O و O' على المحور Δ .

ومسار كل منها ينتمي إلى المستوى المتعامد مع محور الدوران.



2) معلومة حركة نقطة من جسم صلب في حالة دوران حول محور ثابت :

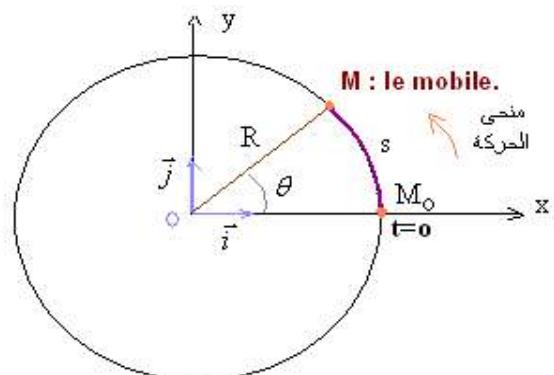
دراسة حركة نقطة M من الجسم الصلب تعتبر معلوما $(\vec{r}, \vec{\theta})$ منطبقا مع مستوى الحركة.

ليكن M_0 هو موضع المتحرك عند اللحظة $t=0$
موضع المتحرك عند لحظة t .

لمعلومة موضع المتحرك M نستعمل :

$s = \widehat{M_0 M}$: الأقصول المنحني

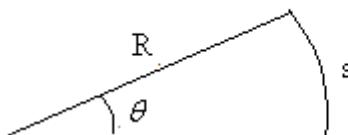
$\theta = \widehat{(\vec{Ox}, \vec{OM})}$: أو الأقصول الزاوي



3) العلاقة بين الأقصول المنحني والأقصول الزاوي

في كل لحظة الأقصول الزاوي والأقصول المنحني تربطهما العلاقة التالية :

$$s = R\theta$$



R : شعاع المسار الدائري ب (m)

s : الأقصول المنحني ب (m)

θ : الأقصول الزاوي بالراديان (rad).

فمثلاً : بالنسبة لـ $\theta = 2\pi$ الأقصول المنحني يساوي : $s = 2\pi R$ محيط الدائرة.

$$1 \text{ tour} = 2\pi = 360^\circ$$

4) السرعة الزاوية والسرعة الخطية

$$(m/s) \rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \text{السرعة الخطية} \\ \text{المتوسطة} \end{array}$$

$$(rad/s) \rightarrow \omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \text{السرعة الزاوية} \\ \text{المتوسطة} \end{array}$$

5) العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية

$$v = R\omega \quad \text{إذن}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta(R\theta)}{\Delta t} = R \cdot \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = R\omega$$

السرعة الزاوية المتوسطة لقارب دقائق الساعة : $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta(R\theta)}{\Delta t} = R \cdot \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = R\omega$

مثال :

ونحصل عليها مبانيها بطريقة ملحوظة : السرعة الزاوية اللحظية هي السرعة الزاوية في لحظة معينة وتعطيها العلاقة التالية

$$\omega = \frac{\delta \theta}{\delta t} \quad \text{مثال : } \omega_4 = \frac{\theta_5 - \theta_3}{t_5 - t_3}$$

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{التأثير التالية}$$

والسرعة الخطية اللحظية هي السرعة الخطية في لحظة معينة وتعطيها العلاقة التالية

$$v = \frac{\delta s}{\delta t}$$

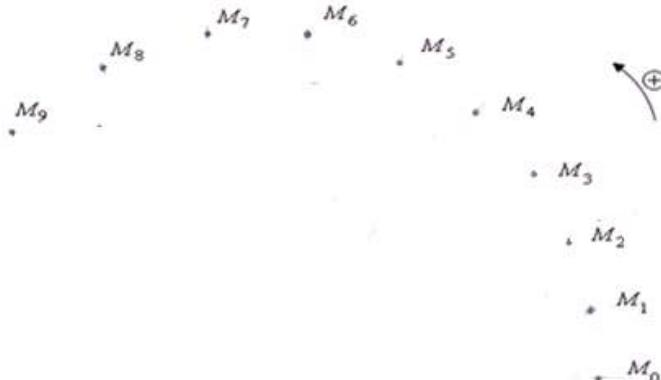
$$v_4 = \frac{s_5 - s_3}{t_5 - t_3} \quad \text{منلا :}$$

$$v_i = \frac{\widehat{M_{i-1} M_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\widehat{M_o M_{i+1}} - \widehat{M_o M_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{s_{i+1} - s_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{الأنطرب التالية}$$

٦) فحص تجاري

نعتبر قرصا متجانسا شعاعه R قابلا للدوران حول محور ثابت Δ

بتسجيل حركة M تنتهي إلى محيط القرص خلال مدد زمنية متتالية ومتقاربة $\tau = 20ms$ نحصل على التسجيل التالي بالسلم الحقيقي:



١) حدد مبيانيا شعاع مسار النقطة M .

$$v_i = \frac{\widehat{M_i M_{i+1}}}{2\tau} \quad \text{و} \quad \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau} \quad \text{٢) باستعمال العلاقةين :}$$

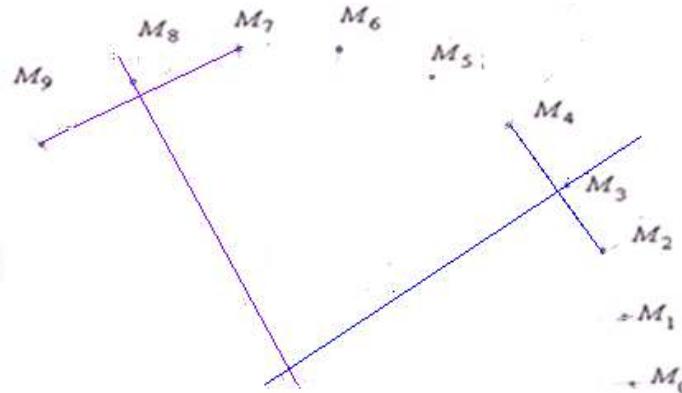
M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0	الموضع
						السرعة الخطية $v(m/s)$
						السرعة الزاوية $\omega(rad/s)$
						(m) $\frac{v}{\omega}$

٣) استنتج العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية.

استعمل خططا لقياس المسافة الممثلة للقرص

تصحيح

مبيانيا نحصل على $R = 7cm = 0,07cm$ انظر الطريقة في الشكل أسفله .



(.) لدينا $\pi radians$ توافق 180° وبالتالي :

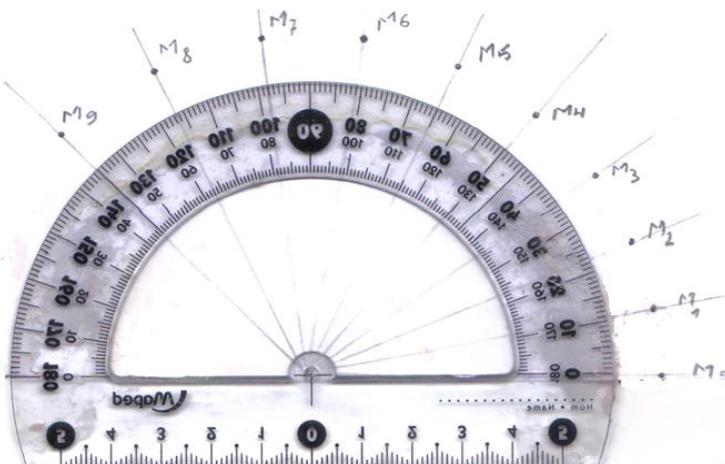
$$\alpha(radians) = \frac{\alpha(degrés)}{180} \times \pi$$

$$v_1 = \frac{M_0 M_2}{2\tau} = \frac{2,9 \cdot 10^{-2}}{0,04} = 0,725 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{M_1 M_3}{2\tau} = \frac{3,1 \cdot 10^{-2}}{0,04} = 0,775 \text{ m/s}$$

$$\omega_1 = \frac{\theta_2 - \theta_0}{2\tau} = \frac{23^\circ - 0}{0,04} = \frac{\frac{23\pi}{180} \text{ rad}}{0,04} \approx 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{2\tau} = \frac{36^\circ - 11}{0,04} = \frac{\frac{(36-11)\pi}{180} \text{ rad}}{0,04} = 10,9 \text{ rad/s}$$



$$v_3 = \frac{M_2 M_4}{2\tau} = \frac{3,3 \cdot 10^{-2}}{0,04} = 0,825 \text{ m/s}$$

$$v_4 = \frac{M_3 M_5}{2\tau} = \frac{3,6 \cdot 10^{-2}}{0,04} = 0,9 \text{ m/s}$$

$$v_5 = \frac{M_4 M_6}{2\tau} = \frac{3,8 \cdot 10^{-2}}{0,04} = 0,95 \text{ m/s}$$

$$\omega_3 = \frac{\theta_4 - \theta_2}{2\tau} = \frac{50^\circ - 23}{0,04} = \frac{\frac{(50-23)\pi}{180} \text{ rad}}{0,04} \approx 11,78 \text{ rad/s}$$

$$\omega_4 = \frac{\theta_5 - \theta_3}{2\tau} = \frac{65^\circ - 36}{0,04} = \frac{\frac{(65-36)\pi}{180} \text{ rad}}{0,04} \approx 12,65 \text{ rad/s}$$

$$\omega_5 = \frac{\theta_6 - \theta_4}{2\tau} = \frac{81^\circ - 50}{0,04} = \frac{\frac{(81-50)\pi}{180} \text{ rad}}{0,04} \approx 13,5 \text{ rad/s}$$

M ₅	M ₄	M ₃	M ₂	M ₁	الموضع
0,95	0,9	0,825	0,775	0,725	v(m/s) السرعة الخطية
13,5	12,65	11,78	10,9	10	$\omega(\text{rad/s})$ السرعة الزاوية
0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	(m) $\frac{v}{\omega}$

لدينا المقدار : $v = R\omega$ ثابت بحيث : $\frac{v}{\omega} = 0,07 \text{ m}$ إذن :

II حركة الدوران المنتظم

1) تعريف :

يكون دوران جسم صلب حول محور ثابت منتظاما ، إذا كانت سرعته الزاوية ثابتة $\omega = C^{te}$ و حركته الدورانية تصبح دورية . الدور T هي المدة الزمنية التي ينجز فيها الجسم دورة واحدة .

خلال الدوران المنتظم ، ينجز الجسم دورة كاملة $\Delta\theta = 2\pi$ خلال مدة زمنية $\Delta t = T$ ثابتة تسمى الدور الذي نرمز إليه بـ T زاوية .

والسرعة الزاوية $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ تصبح في حالة الدوران المنتظم كما يلي :

ويمكن تمييز الدوران المنتظم بتردد f وهو عدد الدورات المنجزة في الثانية . بـ tours/s

والتردد هو مقلوب الدور $f = \frac{1}{T}$ ووحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هو الهيرتز (Hz) . ومنه :

تردد حركة الدوران = عدد الدورات المنجزة في الثانية .

