

**01**

1. حدد قيمة حقيقة العبارات التالية: $p \wedge (p \vee q)$ مع p صحيحة .
2. f دالة من مجال I ضمن \mathbb{R} إلى \mathbb{R} . عبر باستعمال جمل عن ما يلي: $\forall (x, y) \in I^2, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$.
3. f دالة من مجال I ضمن \mathbb{R} إلى \mathbb{R} . عبر باستعمال المكملات ما يلي: f تنعدم مرة واحدة فقط على I .
4. أعط نفي العبارات التالية: $x \neq y$ و $\exists (x, y) \in I^2, f(x) = f(y)$ (أكتب النفي بثلاثة طرائق مختلفة) .
5. هل العبارة التالية: $(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow p$ قانون منطقي حيث p و q عبارتين .

02

نعتبر العبارة P التالية: " $\forall x \in [0, +\infty[, \forall y \in [1, +\infty[: \left(\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \frac{1}{2}(x+y+1) \right) \Rightarrow (x=1 \text{ و } y=2)$ "

1. أكتب P بدون استعمال الرابط المنطقي \Rightarrow و كذلك عدم استعمال التعبير " إذا كانفإن..... " .
2. أكتب نفي P .
3. أكتب P باستعمال الاستلزام المضاد للعكس.
4. حدد قيمة حقيقة العبارة P .

03

1. باستعمال الاستدلال بالمثل المضاد بين أن العلاقة التالية خاطئة " $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : xy = 2$ " .

2. لكل n من \mathbb{N}^* بين باستعمال الاستدلال بالتكافؤات المتتالية أن: $S_n = 1+2+\dots+n \Leftrightarrow S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (عدم استعمال التراجع)

3. باستعمال الاستلزام المضاد للعكس: بين: إذا كان a^2 ليس بعدد صحيح مضاعف ل 16 فإن $\frac{a}{2}$ ليس بعدد صحيح زوجي .

4. a و b عدنان معلومين من \mathbb{R}^* ؛ لنعتبر المعادلة (E) بمجهول حقيقي: $(E) : \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$.

أ- حدد D مجموعة تعريف المعادلة (E) حسب قيم a و b .

ب- حل المعادلة (E) باستعمال الاستدلال بفصل الحالات .

04

1. بين أن: لكل n من \mathbb{N} أن العدد $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ يقبل القسمة على 17.

2. f دالة عددية من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} حيث: $\forall x \in \mathbb{R} : f(2x) = f(x)$.

أ- ليكن x من \mathbb{R} بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} : f(x) = f(2^{-n}x)$.

ب- استنتج: $\forall p \in \mathbb{Z} : f(x) = f(2^p x)$ (مع x من \mathbb{R})

3. n عدد صحيح طبيعي. نضع $1! = 1$ و $0! = 1$ مع $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$

أ- نضع: $u_k = k!$ مع k من \mathbb{N}^* . بين أن: $u_{k+1} - u_k = k(k!)$.

ب- أكتب المجموع التالي: $S_n = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + n.n!$ باستعمال u_k .

ج- استنتج قيمة المجموع S_n .

د- أكتب المجموع S_n مستعملا الرمز \sum ثم أحسب المجموع S_n مستعملا فقط الرمز \sum .