3 coll

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

الجزء الأول : الدالة الخطية :

غالباً ما نسمع العبارات التالية :

- ✓ الضغط الجوي بدلالة الإرتفاع .
- ✓ المسافة المقطوعة بدلالة المدة .
- ✓ الطاقة المستهلكة بدلالة مدة الإشتغال .
- ✓ أجرة العامل بدلالة ساعات العمل .

تعريف

a عدد حقيقي معلوم .
العلاقة f التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي ax تسمى دالة خطية معاملها a
ونكتب : $f(x) = ax$
✓ العدد ax يسمى صورة العدد x بالدالة f .

مثال 1 :

كان معدل الولادات في عام 2016 على مستوى العالم ، أربعة مواليد تقريباً كل ثانية (s) . كون جدولاً وأوجد تعبير الدالة .

s	1	2	3	4
$f(s)$	4	8	12	16

إذن تعبير الدالة هو : $f(s) = 4s$

مثال 2 : أمثلة لبعض الدوال الخطية :

$f(x) = 3x$ و $g(x) = 0x$ و $h(x) = \frac{1}{2}x$ و $u(x) = -x$

مثال 3 : لتكن f الدالة الخطية المعرفة ب : $f(x) = 2x$

1) أحسب $f(0)$ $f(-1)$
2) حدد صورة العدد 3 بالدالة f (أي $f(3)$)
3) حدد العدد x الذي صورته بالدالة f هي العدد -8

الحـــل :

1) لدينا $f(x) = 2x$ إذن $f(0) = 2 \times 0 = 0$ و $f(-1) = 2 \times (-1) = -2$
2) العدد هو x و الصورة هي $f(x)$ إذن $f(3) = 2 \times 3 = 6$ إذن صورة 3 بالدالة f هي 6
3) لنحل المعادلة : $f(x) = -8$ إذن $2x = -8$ ومنه : $x = \frac{-8}{2}$ وبالتالي $x = -4$

خاصية

إذا كانت f دالة خطية و x عدد حقيقي غير منعدم ، فإن :
معامل الدالة f هو العدد الحقيقي : $a = \frac{f(x)}{x}$

مثال : نعتبر الدالة الخطية بحيث : $f(2) = 6$. بين أن : $f(x) = 3x$

الحـــل : بما أن الدالة f خطية إذن معاملها هو $a = \frac{f(x)}{x} = \frac{f(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$

وبما أن صيغة الدالة الخطية تكتب على الشكل : $f(x) = ax$ فإن : $f(x) = 3x$

التمثيل المبياني لدالة خطية :

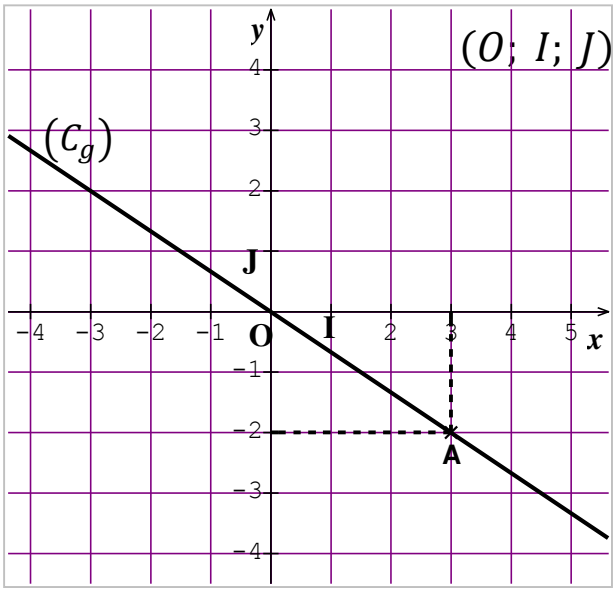
خاصية

في معلم $(O;\ I;\ J)$ ، التمثيل المبياني لدالة خطية هو مستقيم يمر من أصل المعلم O

مثال : لتكن g الدالة الخطية المعرفة ب : $g(x)=\frac{-2}{3}x$

1) أحسب $g(3)$

2) أنشئ التمثيل المبياني للدالة g في معلم متعامد ممنظم $(O;\ I;\ J)$



الحـــل : 1) لدينا $g(x)=\frac{-2}{3}x$

إذن $g(3)=\frac{-2}{3}\times 3=-2$

2) لدينا $g(3)=-2$

ومنه التمثيل المبياني للدالة g عبارة عن مستقيم

يمر من النقطتين $A(3;-2)$ و $O(0;0)$ أصل المعلم .

الجزء الثاني : الدالة التآلفية :

تعريف

a و b عددان حقيقيان معلومان .

العلاقة f التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي $ax+b$ تسمى دالة تآلفية معاملها a

ونكتب : $f(x)=ax+b$

✓ العدد $ax+b$ يسمى صورة العدد x بالدالة f .

مثال 1 : أمثلة لبعض الدوال التآلفية :

$f(x)=x-3$ و $g(x)=\frac{3}{2}x-1$ و $h(x)=-2x-2$

مثال 2 : يصل ارتفاع نبتة إلى $4\ cm$ وينمو $2\ cm$ كل يوم .

1) أكتب دالة تعبر عن المسألة ؟

2) توقع طول النبتة بعد مرور 8 أيام ؟

الحـــل :

1) لدينا معامل الدالة (معدل التغير اليومي) هو $a=2\ cm$ والطول الأصلي للنبتة هو $b=4\ cm$

إذن المسألة عبارة عن دالة تآلفية صيغتها هي : $f(x)=2x+4$

2) لدينا x هو عدد الأيام إذن طول النبتة بعد 8 أيام هو $f(8)$

إذن : $f(8)=2\times 8+4=16+4=20$

وبالتالي طول النبتة بعد 8 أيام هو : $20\ cm$

مثال 3 : لتكن g دالة تآلفية بحيث : $g(x) = 2x - 4$

1) أحسب $g(0)$ و $g(1)$

2) أحسب صورة العدد 2 بالدالة g

3) حدد العدد الذي صورته 6 بالدالة g

الحـــل :

1) $g(0) = 2 \times 0 - 4 = -4$ و $g(1) = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2$

2) لدينا $g(x) = 2x - 4$ إذن $g(2) = 2 \times 2 - 4 = 4 - 4 = 0$

3) لدينا $g(x) = 6$ إذن $2x - 4 = 6$ ومنه $2x = 6 + 4$

يعني أن $x = \frac{10}{2}$ وبالتالي العدد هو $x = 5$

خاصية

f دالة تآلفية و x_1 و x_2 عددان حقيقيان :

معامل الدالة f هو : $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

مثال : f دالة تآلفية بحيث : $f(1) = 5$ و $f(0) = 3$

1) حدد معامل الدالة f

2) حدد صيغة الدالة $f(x)$

الحـــل :

1) لدينا f دالة تآلفية إذن $a = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{5 - 3}{1 - 0} = 2$ وبالتالي معامل الدالة f هو : $a = 2$

2) لدينا f دالة تآلفية إذن صيغتها تكتب على الشكل : $f(x) = ax + b$ إذن $f(x) = 2x + b$

لنحدد العدد الحقيقي b : بما أن $f(0) = 3$ إذن $f(0) = 2 \times 0 + b = 3$

إذن $b = 3$ و $a = 2$ وبالتالي صيغة الدالة f هي : $f(x) = 2x + 3$

لتمثيل المبياني لدالة تآلفية :

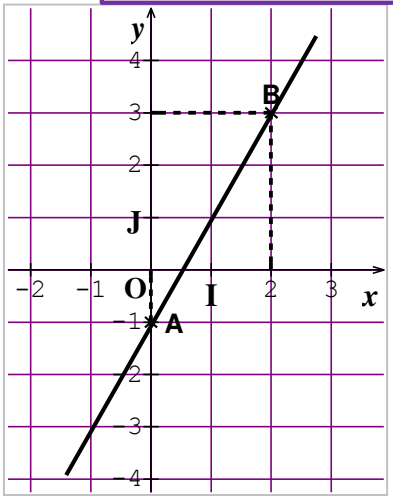
تعريف

التمثيل المبياني لدالة تآلفية هو مستقيم يمر من نقطتين $A(x_1; f(x_1))$ و $B(x_2; f(x_2))$

مثال : نعتبر الدالة التآلفية f بحيث : $f(x) = 2x - 1$

والنقطتين $A(0; f(0))$ و $B(2; f(2))$.

أحسب $f(0)$ و $f(2)$ وأنشئ المستقيم (AB) التمثيل المبياني للدالة f



الحـــل :

$f(0) = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$ إذن $A(0; -1)$

$f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$ إذن $B(2; 3)$