

المدرس 6: الدالة الخطية والدالة التلقينية

الدالة الخطية:

(1) تعريفي:

عدد حقيقي معلوم a العلاقة التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد ax تسمى دالة خطية معاملها a ونكتب: $f(x) = ax$
 * العدد ax يسمى صورة العدد x بالدالة f

(2) أمثلة:

* مثال 1: f و g و h دوال معرفة كما يلي:

$f(x) = \frac{x}{3}$ و $g(x) = 0x$ و $h(x) = -\sqrt{3}x$
 إذن:

f دالة خطية معاملها $\frac{1}{3}$
 g دالة خطية معاملها 0
 h دالة خطية معاملها $-\sqrt{3}$

* مثال 2: تسمى f الدالة الخطية المعرفة بـ

$f(x) = 2x$

- احسب $f(0)$ و $f(-1)$
- حدد صورة العدد 3 بالدالة f أي $f(3)$
- حدد العدد x الذي صورته بالدالة f هو -8

* الحل:

- $f(0) = 2 \times 0 = 0$
 $f(-1) = 2 \times (-1) = -2$
- الخطوة هو حساب $f(3)$
 $f(3) = 2 \times 3 = 6$
 إذن صورة 3 بالدالة f هي 6
- لنحل المعادلة $f(x) = -8$
 المعادلة $f(x) = -8$ تكافئ
 $2x = -8$
 $x = \frac{-8}{2} = -4$
 $f(-4) = -8$ وحينه: $x = \frac{-8}{2} = -4$

(3) خاصية:

أ - خاصية 1:
 إذا كانت f دالة خطية و x عدد حقيقي
 ستر نتعلم قاه:
 معامل الدالة f هو العدد $a = \frac{f(x)}{x}$

ب - مثال:
 نعتبر الدالة الخطية حيث: $f(2) = 6$

لنحدد تعبير $f(x)$

* f دالة خطية إذن: $f(x) = ax$

و معاملها هو: $a = \frac{f(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$

و حينه قاه: $f(x) = 3x$

(4) التمثيل البياني لدالة خطية:

أ - خاصية 3:

(ر.د.ر) معلم متعامد منتظم
 التمثيل البياني لدالة خطية هو مستقيم
 يمر من أصل المعلم.

ب - مثال:

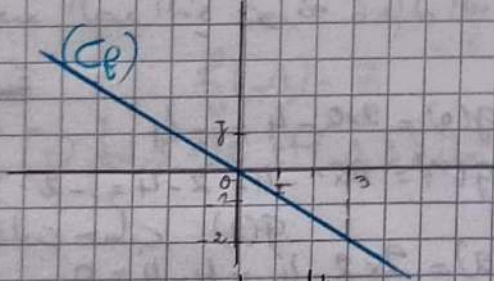
لكن g الدالة الخطية المعرفة بـ: $g(x) = -\frac{2}{3}x$

- احسب $g(3)$
- أنتج التمثيل البياني للدالة g على معلم متعامد منتظم (ر.د.ر)

* الحل:

- لدينا: $g(x) = -\frac{2}{3}x$
 إذن: $g(3) = -\frac{2}{3} \times 3 = -2$
- لدينا: $g(3) = -2$

و حينه التمثيل البياني للدالة g عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $A(3; -2)$ و $B(0; 0)$



ج - ملاحظتان:

- $M(x, y)$ نقطة تسمي التمثيل البياني لدالة خطية f يعنى أن: $f(x) = y$
- لتحديد صورة عدد b بدالة f حينها، نرسم المستقيم العمودي المار من b الذي يقطع (Cf) التمثيل البياني للدالة f في نقطة (تربيعاً) إذن: $f(b) = c$

3) خاصية:

أ- خاصية 3:

إذا كانت f دالة ثنائية
 $a = \frac{f(x) - f(x')}{x - x'}$ معامل الدالة f هو:

مثال 6: f دالة ثنائية حيث:
 $f(0) = 3$ و $f(1) = 5$
 حدد صيغة الدالة f

* لدينا: f دالة ثنائية إذ: $f(x) = ax + b$
 وبمطابقتها:
 $a = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{5 - 3}{1} = 2$
 إذ: $f(x) = 2x + b$
 لنحدد b بـ $f(0) = 3$ أي: $2 \times 0 + b = 3$
 $b = 3$ (6)
 وبالتالي نأخذ: $f(x) = 2x + 3$

4) التمثيل الجبري لدالة ثنائية:

أ- خاصية 4:

(O, I, J) معلم متعامد منحرف في المستوى
 التمثيل الجبري لدالة ثنائية هو مستقيم يمر
 من النقطتين $A(x, f(x))$ و $B(x', f(x'))$

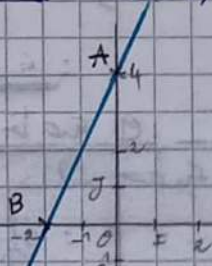
ب- مثال:

نعتبر الدالة الثنائية: $f(x) = 2x + 4$
 لننشئ في المستوى المنحرف المرسوم المعلم متعامد
 منحرف (O, I, J) التمثيل الجبري للدالة f

لدينا:
 $f(0) = 2 \times 0 + 4 = 4$
 $f(-2) = 2 \times (-2) + 4 = -4 + 4 = 0$

x	0	-2
f(x)	4	0

التمثيل الجبري للدالة f
 هو المستقيم (AB) حيث
 $B(-2; 0)$ و $A(0; 4)$



3) لتحديد العدد الذي صورته c بالدالة f جبرياً،
 ندرسم المستقيم الأفقي المار بـ c الذي يقطع
 (4) في نقطة $(c, f(c))$ فنقولها هو c
 إذ: $f(c) = b$

4) $f(x) = ax$ إذ معادلة المستقيم (A) التمثيل
 الجبري للدالة f هي: $(\Delta): y = ax$

II - الدالة الثنائية:

3) تعريفاً:

a و b عددي حقيقيان معلومان
 العلاقة التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد
 الحقيقي $ax + b$ تسمى دالة ثنائية معلومة a
 ونكتبها:
 $f(x) = ax + b$
 العدد $ax + b$ يسمى صورة العدد x بالدالة f

2) أمثلة:

1) مثال 1:

$f(x) = x - 3$ و $g(x) = 5$ و $h(x) = -\frac{3}{2}x + 1$
 f دالة ثنائية معلومة 1
 g دالة ثنائية معلومة
 h دالة ثنائية معلومة $-\frac{3}{2}$

2) مثال 2:

$g(x) = 2x - 4$
 1) أحسب $g(0)$ و $g(1)$
 2) احسب صورة العدد 2 بالدالة g
 3) حدد العدد الذي صورته 6 بالدالة g

الحل:

1) لدينا:
 $g(0) = 2 \times 0 - 4 = -4$

$g(1) = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2$

2) احسب $g(2)$
 $g(2) = 2 \times 2 - 4 = 4 - 4 = 0$

3) لنحل المعادلة $g(x) = 6$
 $g(x) = 6$ كالتالي

$2x - 4 = 6$
 $2x = 6 + 4$
 $2x = 10$
 $x = \frac{10}{2} = 5$

أي: $g(5) = 6$

$f\left(\frac{4}{3}\right) = -4$; (د) $x = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$

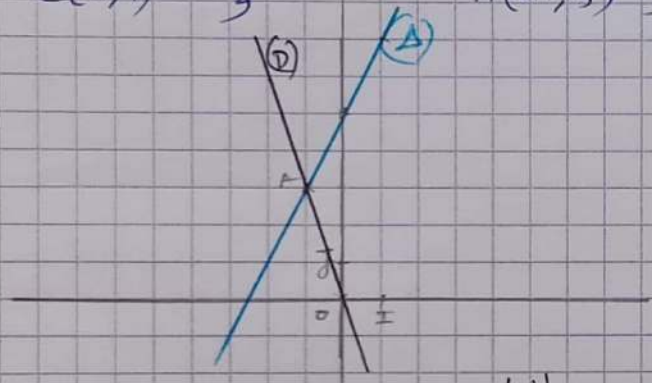
* المعادلة $g(x) = 7$ تكافئ
 $2x + 5 = 7$
 $2x = 7 - 5$
 $2x = 2$
 $x = \frac{2}{2} = 1$
 و hence $x = 1$;
 $g(1) = 7$

x	0	1
g(x)	5	7

x	0	-1
f(x)	0	3

(د) يمر من $B(0, 5)$ و $C(1, 7)$

(د) يمر من $B(0, 5)$ و $A(-1, 3)$



* مبيانيًا (6)

المستقيمان (د) و (د) يتقاطعان في النقطة $H(-1, 3)$

* حسبًا : نحل المعادلة $f(x) = g(x)$

المعادلة $f(x) = g(x)$ تكافئ على التوالي
 $-3x = 2x + 5$
 $-3x - 2x = 5$
 $-5x = 5$
 $x = \frac{5}{-5} = -1$

و لهذا $f(-1) = 3$

ومن هنا $H(-1, 3)$ نقطة تقاطع (د) و (د)

ج - حالات خاصة:

- (1) $M(x, y)$ نقطة تنتمي للتتمثيل البياني لدالة تألفية f يعنى $f(x) = y$
- (2) تنتمي طرق تحديد الصور (الأسدادي) تعرف صورها مبيانيًا حاله في حالة دالة تألفية.

(3) $f(x) = ax + b$ دالة تألفية ، إذنه معادلة

المستقيم (د) التتمثيل البياني لدالة f هو

$(\Delta) : y = ax + b$

- (4) الدالة $f(x) = a$ تسمى دالة تألفية معالماها (و دالة ثابتة) وتمثيلها البياني هو المستقيم المار في النقطة $A(0, a)$ ، الموازي لمحور التماسيل.

* تمرين تطبيقي

f و g دالتان بحيث $f(x) = ax$ و $g(x) = 2x + b$

- (1) حدد a و b بحيث $f(-1) = 3$ و $g(0) = 5$
- (2) احسب $f(2)$ و $g(-1)$
- (3) حدد العدد الذي صورته -4 بالدالة f
- (4) حدد العدد الذي صورته 7 بالدالة g
- (5) أكتب (د) التتمثيل البياني للدالة f و (د) التتمثيل البياني للدالة g
- (6) حدد إحداثيي H نقطة تقاطع (د) و (د) مبيانيًا و حسابيًا

* الحل

(1) دالة خطية إذنه معالماها :

$a = \frac{f(-1)}{-1} = \frac{3}{-1} = -3$

$f(x) = -3x$

* لهذا $g(0) = 5$; إذنه

$b = 5$

$g(x) = 2x + 5$; لهذا

* $f(2) = -3 \times 2 = -6$ (2)

* $g(-1) = 2 \times (-1) + 5 = -2 + 5 = 3$

* المعادلة $f(x) = -4$ تكافئ $-3x = -4$ (3)