

حل تمارين الدوال الخطية و التآلفية

حل التمرين الأول:

$$-6 f(x) = -2x$$

$$f(x) = \frac{-2x}{-6} = \frac{1}{3}x$$

و بالتالي f دالة خطية

$$f(7x) = 7 f(x) \quad \text{-2- بما أن } f \text{ دالة خطية فإن}$$

$$\frac{1}{7} f(7x) = f(x) \quad \text{و بالتالي}$$

$$f(\alpha) = 1 \quad \text{إذن } A(\alpha, 1) \text{ يمر من النقطة } Cf \text{-3}$$

$$f(\alpha) = \frac{1}{3}\alpha \quad \text{من جهة أخرى}$$

$$\alpha = 3 \quad \text{منه فإن } \frac{1}{3}\alpha = 1 \quad \text{و}$$

$$f(3) = \beta \quad \text{Cf يمر من } B(3, \beta) \text{ يعني}$$

$$\frac{1}{3} \times 3 = \beta \quad \text{يعني}$$

$$\beta = 1 \quad \text{إذن}$$

حل التمرين الثالث:

$$f(1) = 5$$

لدينا f دالة خطية بحيث

$$f(1) = a \times 1 = a \quad ; \quad f(x) = a x \quad \text{لدينا}$$

$$a \in \mathbb{R} ; f(x) = ax \quad \text{-1- بما أن } f \text{ دالة خطية فإنها تكتب على شكل}$$

$$f(\alpha x_1 + \beta x_2) = a(\alpha x_1 + \beta x_2)$$

$$= \alpha ax_1 + \beta ax_2$$

$$= \alpha f(x_1) + \beta f(x_2)$$

$$\text{-2- نضع } \alpha = \beta = \frac{1}{2} \text{ في علاقة السؤال (1)}$$

$$f\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2\right) = f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \quad \text{تحصل على :}$$

$$= \frac{1}{2}f(x_1) + \frac{1}{2}f(x_2)$$

$$= \frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2))$$

حل التمرين الثاني:

$$-2x - 6 + 3f(x) = -6 - 3f(x) \quad \text{لدينا :}$$

$$-2x - 6 + 6 = -3f(x) - 3f(x)$$

حل التمرين الخامس:

1- بما أن f دالة تآلفية فإنها تكتب على شكل :

$$f(x) = ax + b \quad \text{مع} \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$f(1) = a + b = 2 \quad \text{و} \quad f(-1) = -a + b = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$a = 2 - b \quad \text{إذن}$$

ثم نعوض قيمة a في العلاقة (1)

$$-(2 - b) + b = 4$$

$$2b - 2 = 4$$

$$b = 3$$

يعني

$$a = 2 - b = -1$$

و

$$f(x) = -x + 3$$

إذن

2- بما أن C_f و C_g متوازيان فإن لمعادلتي f و g نفس المعامل يعني أن $k = -1$

$$g(x) = -x$$

و بالتالي

حل التمرين السادس:

بما أن f دالة تآلفية فإنها تكتب على شكل $f(x) = ax + b$

مع a و b عدنان حقيقيان يجب تحديدهما

$$f(2x - 3) = a(2x - 3) + b = 2ax + b - 3a$$

$$f(2 - x) = a(2 - x) + b = -ax + 2a + b$$

إذن

$$a = 5$$

و بالتالي الدالة الخطية f تكتب على شكل $f(x) = 5x$

$$f(2) = 5 \times 2 = 10$$

إذن قيمة $f(2)$ هي :

حل التمرين الرابع

1- ليكن x إنتاج سنة معينة

في السنة الموالية سيكون الإنتاج هو $x + (4\%)x$

$$\text{و لدينا} \quad 4\% = \frac{4}{100} = 0,04$$

و بالتالي سيكون الإنتاج هو

$$x + 0,04x = x(1 + 0,04)$$

$$= 1,04x$$

إذن الإنتاج هو $1,04x$ الذي هو صورة x بدالة خطية هي $f(x) = 1,04x$

2- بتطبيق مباشر للسؤال الأول باستخدام الدالة الخطية f التي تعطينا إنتاج السنة

الموالية إذا عرفنا إنتاج السنة الأولى :

$$f(5000) = 1,04 \times 5000 = 5200$$

و بالتالي سيكون إنتاج السنة الموالية هو 5200 آلة

حل التمرين السابع:

1- بصفة عامة $E(\alpha, \beta)$ تنتمي إلى Cf

إذا كان لدينا $f(\alpha) = \beta$

$$f(1) = (\sqrt{3} + 1) \times 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 1 \neq \sqrt{3}$$

و بالتالي $A \notin Cf$

$$f(0) = (\sqrt{3} + 1) \times 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

إذن $B \in Cf$

2- C تنتمي إلى Cf إذ $f(m-1) = \sqrt{3}(m+1)$

$$(\sqrt{3} + 1)(m-1) + \sqrt{3} = \sqrt{3}(m+1) \quad \text{إذن:}$$

$$-\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3}m + m + \sqrt{3} = \sqrt{3}m + \sqrt{3}$$

$$m = 1 + \sqrt{3}$$

نطبق العلاقة:

$$2ax + b - 3a + 3(-ax + 2a + b) = 3x - 1$$

$$2ax - 3ax + b - 3a + 6a + 3b - 3x - 1 = 0$$

يعني

$$-ax - 3x + 4b + 3a + 1 = 0$$

$$(-a - 3)x + 3a + 4b + 1 = 0$$

بتطبيق الخاصية التالية:

$$\alpha x + \beta = 0 \quad \text{مهما يكن } x \text{ بحيث}$$

$$\beta = 0 \quad \text{فإن } \alpha = 0 \text{ و}$$

$$3a + 4b + 1 = 0 \quad \text{و} \quad -a - 3 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$3(-3) + 4b + 1 = 0 \quad \text{و} \quad a = -3 \quad \text{يعني}$$

$$-9 + 4b + 1 = 0$$

$$b = 2 \quad \text{إذن} \quad 4b = 8 \quad \text{يعني}$$

$$f(x) = -3x + 2$$

و بالتالي

$$-3\alpha + 2 = 5 \quad \text{يعني} \quad f(x) = 5 \quad \text{لدينا } -2$$

$$-3\alpha = 3 \quad \text{إذن}$$

$$\alpha = -1$$