

# الدرس ①: المعادلات والمشتقات

$$\begin{aligned} 5x + 2x &= -1.5 \\ 3x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{x = -2}$$

وبالتالي حل هذه المعادلة هو العدد -2.

③ المعادلة  $2x+5 = 2(x+1)+3$  تتطابق على التوالي

$$2x+5 = 2x+2+3$$

$$2x-2x = 5-5$$

$$0x = 0$$

وبالتالي جميع الأعداد الحقيقية حلول لهذه

المعادلة

④ المعادلة  $3(2x-1) = 6x+7$  تتطابق على التوالي

$$6x-3 = 6x+7$$

$$6x-6x = 7+3$$

$$0x = 10$$

وهذا غير ممكن

وبالتالي هذه المعادلة ليس لها حل.

المقالة ②: معادلات من نوع  $(ax+b)(cx+d)=0$

\* خاصية: الجداء المصغوم.

حلول المعادلة  $(ax+b)(cx+d)=0$  هي حلول

المعادلتين  $ax+b=0$  و  $cx+d=0$

① المعادلة  $(x+1)(2x-3)=0$  تتطابق على التوالي

$$x+1=0 \text{ أو } 2x-3=0$$

$$x=-1 \text{ أو } 2x=3$$

$$x=-1 \text{ أو } x=\frac{3}{2}$$

وبالتالي المعادلة تقبل حلين هما -1 و  $\frac{3}{2}$

② المعادلة  $x^2-7x=0$  تتطابق على التوالي

$$x(x-7)=0$$

$$x=0 \text{ أو } x-7=0$$

$$x=0 \text{ أو } x=7$$

وبالتالي المعادلة تقبل حلين هما 0 و 7

## I - المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

### 1) تعريف:

a و b أعداد حقيقية.

كل معادلة على شكل  $ax+b=0$  تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

### 2) أمثلة:

كل من المعادلات  $2x+3=0$  و  $\sqrt{2}x-\frac{1}{2}=0$

$2x+8=\sqrt{3}x+1$  و  $7x-5=4$

تسمى معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x (مجهولها هو x)

\* ملاحظة: حل المعادلة هو البحث عن

جميع قيم x التي تحقق هذه المعادلة (إن وجدت)

### 3) حل معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

#### أ - قاعدة:

\* في معادلة، يمكن تصويل حد من طرف إلى الطرف الآخر بشرط تغيير إشارة هذا الحد.  
\* لحل معادلة، نضع الحدود التي تصوي على المجهول في طرف والحدود المعلومة في الطرف الأخرى.  
\* ذلك بتطبيق القاعدة السابقة.

#### ب - حالات وتقنيات الحل:

المقالة ③: معادلات من نوع  $ax+b=c$

④ المعادلة  $3x+4=0$  تتطابق على التوالي

$$-3x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-3}$$

$$\boxed{x = \frac{4}{3}}$$

وبالتالي حل هذه المعادلة هو العدد  $\frac{4}{3}$

⑤ المعادلة  $5(x+1)=2x-1$  تتطابق على التوالي

$$5x+5=2x-1$$

$$x = \frac{4}{2} = 2 \text{ أو } x = \frac{-2}{2} = -1$$

ملاحظة: عموماً لحل هذا النوع من المعادلات، وبمثابة المعادلة تقبل حلين هما 1- و 2- نوسه المقام.

**الحالة 5:** حل معادلات بالتعجيل إذا وجد عامل مشترك

1) المعادلة  $2x(x + \sqrt{2}) - \sqrt{3}(x + \sqrt{2}) = 0$

تكافئ على التوالي  
 $(x + \sqrt{2})(2x - \sqrt{3}) = 0$

$x + \sqrt{2} = 0$  أو  $2x - \sqrt{3} = 0$

$x = -\sqrt{2}$  أو  $2x = \sqrt{3}$

$x = -\sqrt{2}$  أو  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

أيضاً المعادلة تقبل حلين هما  $-\sqrt{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**الحالة 6:** حل معادلات بالتعجيل إذا لم يوجد عامل مشترك

المعادلة  $x(x+3) = x^2 - 15$  تكافئ على

التوالي  $x^2 + 3x = x^2 - 15$

$x^2 - x^2 + 3x = -15$

$x = \frac{-15}{3}$

$x = -5$

المعادلة تقبل حلاً وحيداً هو العدد 5-

**II - حل المسائل:**

**1) خطوات حل المسألة:**

لحل مسألة، تتبع الخطوات التالية:

(1) اختيار المجهول

(2) ضريبة المعادلة، تحويل المعطيات إلى معادلة

(3) حل المعادلة.

(4) الرجوع إلى المسألة: التحقق من الحل

والجواب على السؤال.

**الحالة 3:** معادلات تحتوي على كسور

ملاحظة: عموماً لحل هذا النوع من المعادلات، نوسه المقام.

1) المعادلة  $\frac{2x+1}{5} = \frac{x-1}{3}$  تكافئ على التوالي

$3(2x+1) = 5(x-1)$

$6x+3 = 5x-5$

$6x-5x = -5-3$

$x = -8$

أيضاً المعادلة تقبل حلاً وحيداً هو 8-

2) المعادلة  $\frac{2x+1}{5} - 2 = \frac{x-1}{3}$  تكافئ على التوالي

$\frac{3(2x+1) - 30}{15} = \frac{3(x-1)}{15}$

$6x+3-30 = 5x-5$

$6x-5x = -5-3+30$

$x = 22$

أيضاً المعادلة تقبل حلاً وحيداً هو 22

**الحالة 4:** معادلات من نوع  $x^2 = a$

ملاحظة: لحل هذا النوع من المعادلات

تذكر المتطابقة 3،  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

**خاصية:**

حلول المعادلة  $x^2 = a$

\* إذا كان  $a = 0$ ، المعادلة تقبل حلاً وحيداً هو 0

\* إذا كان  $a > 0$ ، المعادلة تقبل حلين هما  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$

\* إذا كان  $a < 0$ ، المعادلة لا تقبل حلاً

1) المعادلة  $x^2 + 12 = 2$  تكافئ على التوالي

$x^2 = 2 - 12$

$x^2 = -10$

أيضاً هذه المعادلة ليس لها حل.

2) المعادلة  $(2x-1)^2 - 9 = 0$  تكافئ على التوالي

$(2x-1)^2 - 3^2 = 0$

$(2x-1-3)(2x-1+3) = 0$

$(2x-4)(2x+2) = 0$

$2x-4 = 0$  أو  $2x+2 = 0$

$2x = 4$  أو  $2x = -2$

2) مثال :

عمر أب هو 50 سنة وأعمار أبنائه الثلاثة هي 10 سنوات ، 13 سنة ، و 15 سنة . بعد كم سنة سيصبح عمر الأب مساويا لمجموع أعمار أبنائه ؟ الحل :

\* اختيار المجهول : ليكن  $x$  عدد السنوات التي سيصبح فيها عمر الأب مساويا لمجموع أعمار أبنائه .  
\* صياغة المعادلة :

بعد مرور  $x$  سنة ، تصبح الأعمار كما يلي :  
عمر الأب  $50+x$   
أعمار الأبنائه هي :  $10+x$  ،  $13+x$  ،  $15+x$   
بعد مرور  $x$  سنة ، يصبح عمر الأب مساويا لمجموع أعمار أبنائه على المعادلة هي :

$$10+x + 13+x + 15+x = 50+x$$

\* حل المعادلة :

المعادلة  $10+x + 13+x + 15+x = 50+x$  تكافئ على التالي

$$3x + 38 = x + 50$$

$$3x - x = 50 - 38$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

\* الرجوع إلى المسألة :

لدينا  $50+6=56$  و  $13+6=19$  و  $10+6=16$   
 $15+6=21$   
و  $16+19+21=56$   
إذن فالحل صحيح  
بعد مرور 6 سنوات سيصبح عمر الأب هو 56  
ومجموع أعمار أبنائه هو  $16+19+21=56$

1) المتراجحة من الدرجة الأولى لجعل واحد :

1) تعريف :

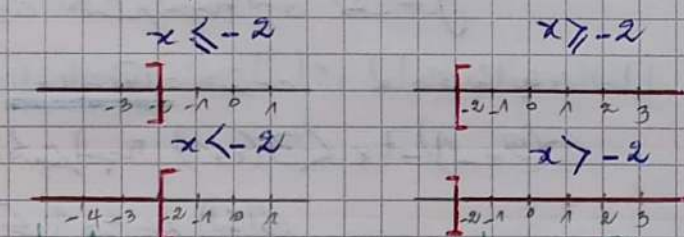
$a$  و  $b$  و  $x$  أعداد حقيقية  
كل متباينة على الشكل  $ax+b < 0$  ،  $ax+b > 0$  ،  $ax+b < 0$  ،  $ax+b > 0$  تسمى متراجحة من الدرجة الأولى لجعل واحد .

\* ملاحظات :

- يمكن للمتراجحة أن تصير على أحد الطرفين  $> 0$  أو  $< 0$
- حل المتراجحة هو إيجاد قيم  $x$  التي تحقق المتراجحة

2) أمثلة :

المتباينات  $2x+5 < 0$  و  $\sqrt{2}x-7 > 0$  و  $3x+7 > \frac{2}{3}x-14$   
متراجحة من الدرجة الأولى لجعل واحد .  
\* تمثيل حلول متراجحة على مستقيم حرج .



3) حل متراجحة من الدرجة الأولى لجعل واحد :

\* الحالة 1 : إذا كان  $a > 0$  فإن حلول المتراجحة  $ax+b < 0$  هي  $x < \frac{-b}{a}$  (لا نطلب الرمز)  
\* المتراجحة  $2x+3 < 4x-5$  تكافئ على التالي  
 $4x-2x > 3+5$   
 $2x > 8$   
 $x > \frac{8}{2}$   
 $x > 4$

إذن حل هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر من تساوي 4

\* الحالة 2 : إذا كان  $a < 0$  فإن حلول المتراجحة  $ax+b < 0$  هي  $x > \frac{-b}{a}$  (لا نطلب الرمز)

حل المسألة: عندما نستخدم في المسألة تصديرا  
مثلا (على الأقل - على الأكثر - أكثر من - أقل -  
أدنى - أقصى ...) فإننا نتكلم على متراجحة.

ب- مثال:

هناك حفلات يقترح الصيغتين التاليتين  
للعشاء الأولي:

الصيغة ①: 100 Dh إطفاء إلى 30 Dh للساعة الواحدة  
الصيغة ②: 200 Dh إطفاء إلى 20 Dh للساعة الواحدة  
حدد عدد الساعات الممكنة بحيث تكون  
الصيغة الأولى أقل كلفة

\* اختيار العجول: ليكن  $x$  هو عدد الساعات  
\* صياغة المتراجحة:

تكلفة الصيغة ① هي:  $30x + 100$

تكلفة الصيغة ② هي:  $20x + 200$

الصيغة الأولى أقل كلفة إذا: المتراجحة هي

$$30x + 100 < 20x + 200$$

\* حل المتراجحة:

المتراجحة  $30x + 100 < 20x + 200$  كما نرى نضرب الطرفين

$$30x - 20x < 200 - 100$$

$$10x < 100$$

$$x < \frac{100}{10}$$

$$x < 10$$

\* الرجوع إلى المسألة:

تكون الصيغة 1 أقل كلفة من الصيغة 2

عندما تكون عدد ساعات استغلال الأولي

أقل من 10 ساعات

المتراجحة  $7x - 1 > 2x - 6$  كما نرى على التوالي

$$7x - 1 > 2x - 6$$

$$7x - 2x > -1 + 6$$

$$5x > 5$$

$$x < \frac{5}{-5}$$

$$x < -1$$

إذاً حلول هذه المتراجحة هي جميع الأعداد الحقيقية  
الأصغر من  $-1$ .

المسألة ③: هنا نحتاج لتقليل حل

المتراجحة  $\frac{x}{6} > \frac{x+1}{2} - \frac{2x-5}{3}$  كما نرى على التوالي

$$\frac{x}{6} > \frac{x+1}{2} - \frac{2x-5}{3}$$

$$\frac{2(2x-5) - 3(x+1)}{6} > \frac{x}{6}$$

$$4x - 10 - 3x - 3 > x$$

$$4x - 3x - x > 10 + 3$$

$$0 > 13$$

وهذا غير ممكن

إذاً المتراجحة ليس لها حل

المسألة ④: هنا نحتاج لعامل تقاير الطرفين

المتراجحة  $5(2x-1) - 7x < 3(x+1)$

كما نرى على التوالي

$$10x - 5 - 7x < 3x + 3$$

$$10x - 7x - 3x < 3 + 5$$

$$0 < 8$$

إذاً جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه

المتراجحة.

المسألة ④: هنا نحتاج لتقليل حل

أ- طاعة

لحل مسألة من قبلة بمتراجحة، تتبع الخطوات

التالي:

(1) اختيار العجول

(2) صياغة المتراجحة، تحويل المعطيات إلى متراجحة

(3) حل المتراجحة.

(4) الرجوع إلى المسألة، العودة من الحل

والجواب على السؤال.

المطابق : على الحالة ⑤ لحل المعادلات :

\* المعادلة  $x^2 - 6x + 9 = 0$  تكافئ على التالي

$$\left(\frac{x^2}{x^2} - \frac{6x}{x^2} + \frac{9}{x^2}\right)$$

$$x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

حل هذه المعادلة هو العدد 3

\* المعادلة  $25x^2 + 30x + 9 = 0$  تكافئ على التالي

$$(5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = 0$$

$$(5x + 3)^2 = 0$$

$$5x + 3 = 0$$

$$5x = -3$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

حل هذه المعادلة هو العدد  $-\frac{3}{5}$

\* تحصيل هرتوج

\* المعادلة  $(x-1)(x+3) + x^2 - 1 = 0$  تكافئ على

$$(x-1)(x+3) + (x-1)(x+1) = 0$$

$$(x-1)(x+3+x+1) = 0$$

$$(x-1)(2x+4) = 0$$

$$x-1=0 \text{ ou } 2x+4=0$$

$$x=1 \text{ ou } 2x=-4$$

$$x=1 \text{ ou } x = -\frac{4}{2} = -2$$

المعادلة تقبل حلاين هما 1 و -2