Prof jamal

الدرس ①: المعادلات والمتراجحات

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: كل متساوية على شكل $ax+b=0$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

حل المعادلة:

* في معادلة، يمكن تحويل حد من طرف إلى الطرف الآخر شريطة تغيير إشارة هذا الحد.
* لحل معادلة، نضع الحدود التي تحتوي على المجهول في طرف والحدود المعلومة في الطرف الآخر بتطبيق القاعدة السابقة.

حالات وتقنيات الحل

① معادلات من نوع $ax+b=c$

المعادلة $-3x+4=0$ تكافئ على التوالي
$-3x=-4$
$x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$
حل هذه المعادلة هو العدد $\frac{4}{3}$

② معادلات من نوع $(ax+b)(cx+d)=0$

خاصية: الجداء المنعدم
المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ تكافئ
$ax+b=0$ أو $cx+d=0$

المعادلة $(2x-7)(3x+1)=0$ تكافئ على التوالي
$2x-7=0$ أو $3x+1=0$
$2x=7$ أو $3x=-1$
$x=\frac{7}{2}$ أو $x=\frac{-1}{3}$
حلي هذه المعادلة هما العددان $\frac{7}{2}$ و $\frac{-1}{3}$

③ معادلات تحتوي على كسور: نوحد المقام

④ معادلات من نوع $x^2=a$: حسب إشارة العدد a

⑤ حل معادلة بالتحليل إذا وجد عامل مشترك ثم نطبق الجداء المنعدم

⑥ حل معادلة بالنشر إذا لم يوجد عامل مشترك

* المعادلة $3(2x-1)=6x+7$ تكافئ على التوالي
$6x-3=6x+7$
$6x-6x=7+3$
$0x=10$
إذن هذه المعادلة ليس لها حل

* المعادلة $2x+5=2\cdot(x+1)+3$ تكافئ على التوالي
$2x+5=2x+2+3$
$2x-2x=5-5$
$0x=0$
وبالتالي جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المعادلة.

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: كل متفاوتة على الشكل $ax+b<0$ أو $ax+b\leq 0$ تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

ملاحظات:
* يمكن للمتراجحة أن تحتوي على أحد الرمزين $<$ أو $\leq$
* حل متراجحة هو إيجاد قيم x التي تحقق المتراجحة

حل المتراجحة:

الحالة ①: إذا كان $a>0$
فإن حلول المتراجحة $ax+b<0$ هي $x<-\frac{b}{a}$
لا نقلب الرمز
المتراجحة $4x-5\leq 3x+3$ تكافئ على التوالي
$4x-3x\leq 3+5$
$2x\leq 8$
$x\leq \frac{8}{2}$
$x\leq 4$
إذن حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر أو تساوي 4

الحالة ②: إذا كان $a<0$
حلول المتراجحة $ax+b<0$ هي $x>-\frac{b}{a}$
نقلب الرمز
المتراجحة $2x-6>7x-1$ تكافئ على التوالي
$2x-7x>-1+6$
$-5x>5$
$x<\frac{5}{-5}$
$x<-1$
حلول هذه المتراجحة هو جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من -1.

الحالة ③: متراجحات لا تقبل حلا
المتراجحة $\frac{2x-5}{3}-\frac{x+1}{2}\geq\frac{x}{6}$ تكافئ
نجد $0\geq 13$
وهذا غير ممكن
إذن المتراجحة ليس لها حل

الحالة ④: متراجحات لها حلول تلقائية
المتراجحة $5(2x-1)-7x<3(x+1)$ تكافئ
نجد $0<8$ وهذا دائما صحيح
إذن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المتراجحة

حل المسائل:

خطوات حل مسألة:

1) اختيار المجهول
2) صياغة المعادلة: تحويل المعطيات إلى معادلة
3) حل المعادلة
4) الرجوع إلى المسألة: التحقق من الحل والجواب على السؤال.

مسائل حول متراجحة

عند إيجاد تخاطيب مثل (على الأقل، على الأكثر، أكثر من، أقل من، أدنى، أعلى، ...)
نعني الخطأ بتعريف المعادلة بالمتراجحة

المعادلات و المتراجحات (تذكير)

الحالة ①: معادلة من نوع $ax+b=c$

① المعادلة $-3x+4=0$ تكافئ على التوالي
$-3x=-4$
$x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$
حل هذه المعادلة هو العدد $\frac{4}{3}$

② المعادلة $2x+5=2(x+1)+3$ تكافئ على التوالي
$2x+5=2x+2+3$
$2x-2x=5-5$
$0x=0$
بما أن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المعادلة

③ المعادلة $3(2x-1)=6x+7$ تكافئ على التوالي
$6x-3=6x+7$
$6x-6x=7+3$
$0=10$
وهذا غير ممكن
وبالتالي هذه المعادلة ليس لها حل

الحالة ②: معادلات من نوع $(ax+b)(cx+d)=0$

① المعادلة $(x+1)(2x-3)=0$ تكافئ على التوالي
$x+1=0$ أو $2x-3=0$
$x=-1$ أو $x=\frac{3}{2}$
إذن حلي هذه المعادلة هما العددان $\frac{3}{2}$ و -1

② المعادلة $x^2-7x=0$ تكافئ على التوالي
$x(x-7)=0$
$x=0$ أو $x-7=0$
$x=0$ أو $x=7$
إذن حلي هذه المعادلة هما العددان 0 و 7

الحالة ③: معادلات تحتوي على كسور

عموما، لحل هذا النوع من المعادلات، نوحد المقام.

① المعادلة $\frac{2x+1}{5}=\frac{x-1}{3}$ تكافئ على التوالي
$3(2x+1)=5(x-1)$
$6x+3=5x-5$
$6x-5x=-5-3$
$x=-8$
حل هذه المعادلة هو العدد -8

② المعادلة $\frac{2x+1}{5}-2=\frac{x-1}{3}$ تكافئ على التوالي
$\frac{3(2x+1)-30}{15}=\frac{5(x-1)}{15}$
$6x+3-30=5x-5$
$6x-5x=-5-3+30$
$x=22$
حل هذه المعادلة هو العدد 22

الحالة ④: معادلة من نوع $x^2=a$

لحل هذا النوع من المعادلات نذكر المتطابقة ③ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

① المعادلة $x^2+12=2$ تكافئ على التوالي
$x^2=2-12$
$x^2=-10$
إذن هذه المعادلة ليس لها حل

② المعادلة $(2x-1)^2-9=0$ تكافئ على التوالي
$(2x-1)^2-3^2=0$
$(2x-1-3)(2x-1+3)=0$
$(2x-4)(2x+2)=0$
$2x-4=0$ أو $2x+2=0$
$x=\frac{4}{2}=2$ أو $x=\frac{-2}{2}=-1$
حلي هذه المعادلة هما العددان -1 و 2

الحالة ⑤: حل معادلة بالتحليل إذا وجد عامل مشترك

المعادلة $2x(x+\sqrt{2})-\sqrt{3}(x+\sqrt{2})=0$ تكافئ على التوالي
$(x+\sqrt{2})(2x-\sqrt{3})=0$
$x+\sqrt{2}$ أو $2x-\sqrt{3}=0$
$x=-\sqrt{2}$ أو $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$
إذن حلي هذه المعادلة هما العددان $-\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$

الحالة ⑥: حل معادلة بالنشر إذا لم يوجد عامل مشترك

المعادلة $x(x+3)=x^2-15$ تكافئ على التوالي
$x^2+3x=x^2-15$
$x^2+3x-x^2=-15$
$x=\frac{-15}{3}=-5$
إذن حل هذه المعادلة هو العدد -5

المتراجحات

الحالة ①: إذا كان $a>0$ فإن حلول المتراجحة $ax+b<0$ هي $x<\frac{-b}{a}$ لا نقلب الرمز

المتراجحة $4x-5\leqslant 2x+3$ تكافئ على التوالي

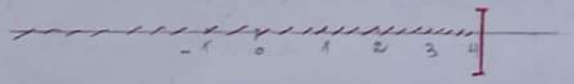
$4x-2x\leqslant 3+5$

$2x\leqslant 8$

$x\leqslant \frac{8}{2}$ لا نقلب الرمز

$x\leqslant 4$

إذن حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر أو تساوي 4



الحالة ②: إذا كان $a<0$ فإن حلول المتراجحة $ax+b<0$ هي $x>\frac{-b}{a}$ (نقلب الرمز)

* المتراجحة $2x-6>7x-1$ تكافئ على التوالي

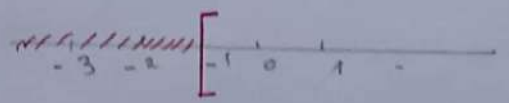
$2x-7x>-1+6$

$-5x>5$

$x<\frac{5}{-5}$

$x<-1$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من -1 هي حلول لهذه المتراجحة



الحالة ③: متراجحات لا تقبل حل

المتراجحة $\frac{2x-5}{3}-\frac{x+1}{2}\geqslant\frac{x}{6}$ تكافئ على التوالي

$\frac{2(2x-5)-3(x+1)}{6}\geqslant\frac{x}{6}$

$4x-10-3x-3\geqslant x$

$4x-3x-x\geqslant 10+3$

$0\geqslant 13$

وهذا غير ممكن. وبالتالي المتراجحة ليس لها حل.

الحالة ④: متراجحات لها حلول نهاية من الحلول

المتراجحة $5(2x-1)-7x<3(x+1)$ تكافئ على التوالي

$10x-5-7x<3x+3$

$10x-7x-3x<3+5$

$0<8$ وهذا دائما صحيح

إذن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المتراجحة

مسائل مرتبطة بالمتراجحات

لحل مسألة مرتبطة بمتراجحة، نتبع المراحل التالية:

1) اختيار المجهول
2) صياغة المتراجحة وتحويل المعطيات إلى متراجحة
3) حل المتراجحة
4) الرجوع إلى المسألة، الجواب على السؤال

ملاحظة:

عندما نستخدم في المسألة تعبيرا مثل على الأقل، على الأكثر، أكثر، أفضل، أدنى، أقصى ... فإننا نتكلم على متراجحة