أهم فقرات الدرس

إحداثيتا نقطة + إحداثيتا متجهة

مادة الرياضيات 3AC

I _ إحداثيتا نقطة :

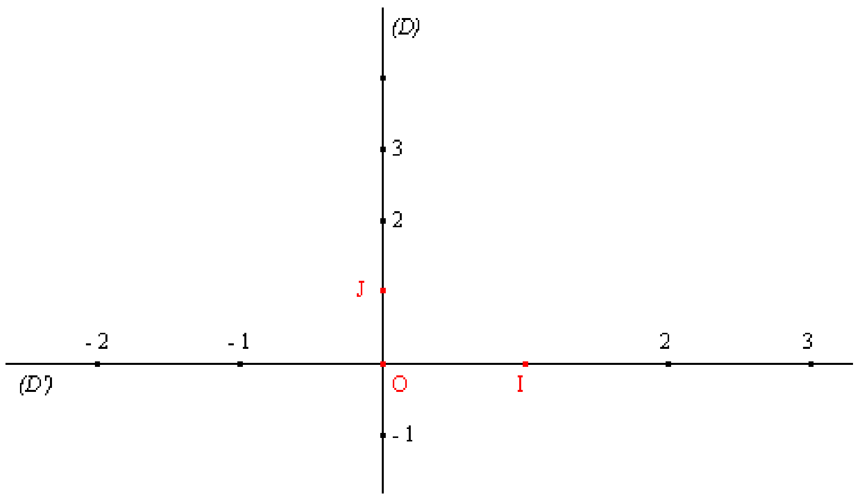
1) – المعلم في المستوى:

* / مثال :

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث : $(OI)\perp(OJ)$

نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان بحيث :

(D) وحدة تدريجه هي OI و (D') وحدة تدريجه هي OJ .



نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

++ النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.

++ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .

++ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب .

إذا كان OI = OJ = 1 نسمي $(O;I;J)$: معلم متعامد ممنظم .

2) – إحداثيتا نقطة :

* / تعريف :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى

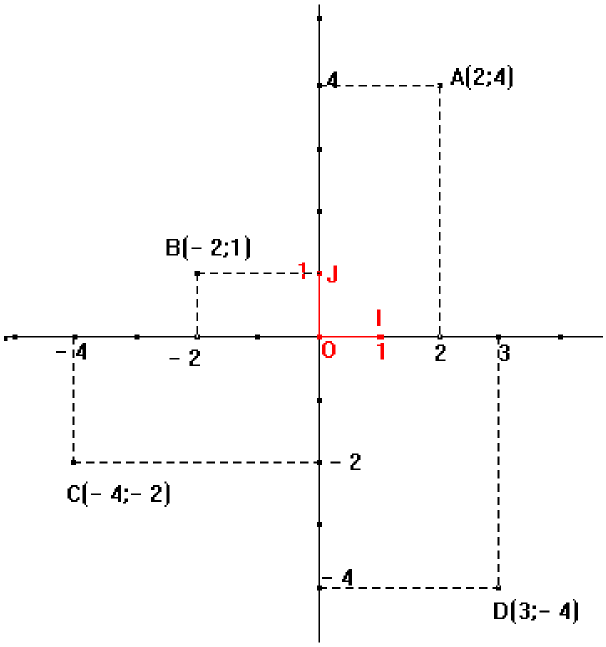
كل نقطة M في المستوى مرتبطة بزوج $(x_M;y_M)$ يسمى زوج إحداثيتي النقطة M .

x_M يسمى : أفصول M و y_M يسمى أرتوب M / و نكتب : $M(x_M;y_M)$

* / مثال :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لنمثل النقط الآتية : $A(2;3)$ و $B(-2;1)$ و $C(-4;-2)$ و $D(3;-4)$



* / ملاحظات هامة :

-- إذا كان $(O;I;J)$ معلما للمستوى فإن : $O(0;0)$ و $I(1;0)$ و $J(0;1)$.

-- إذا كانت M تنتمي إلى (OI) فإن : $M(x_M;0)$.

-- إذا كانت M تنتمي إلى (OJ) فإن : $M(0;y_M)$.

3) – إحداثيتا منتصف قطعة :

* / تعريف :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى

إذاكانت M منتصف قطعة [AB] فإن : $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

* / مثال :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لنحدد إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة [AB] بحيث : $A(2;3)$ و $B(-2;1)$.

لدينا :

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0 \quad و \quad y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن : $E(0;2)$.

II _ إحداثيتا متجهة :

1) – تعريف :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتين فإن :

إحداثيتي المتجهة $\vec{AB}$ هما : $x_B - x_A$ و $y_B - y_A$

و نكتب : $\vec{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$

* / مثال :

$A(-2;3)$ و $B(1;-5)$ نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لنحسب إحداثيتي المتجهة $\vec{AB}$.

لدينا : $\left.\begin{array}{l} x_B - x_A = 1-(-2) = 1+2 = 3 \\ y_B - y_A = -5-3 = -8 \end{array}\right\}$ و إذن : $\vec{AB}(3;-8)$.

2) – تساوي متجهتين :

* / قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى

$\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ متجهتان غير منعدمتين

$\vec{AB} = \vec{CD}$ يعني أن : $\left.\begin{array}{l} x_B - x_A = x_D - x_C \\ y_B - y_A = y_D - y_C \end{array}\right\}$ و

* / مثال :

$A(3;3)$ و $B(1;-4)$ و $C(-2;-2)$ نقط من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لنحدد إحداثيتي النقطة D لكي يكون ABCD متوازي الأضلاع .

ABCD متوازي الأضلاع يعني أن : $\vec{AB} = \vec{DC}$

أي : $\left.\begin{array}{l} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{array}\right\}$ و

و منه فإن : و $\left.\begin{matrix} 1-3=-2-x_D \\ -4-3=-2-y_D \end{matrix}\right\}$ أي : و $\left.\begin{matrix} x_D=-2-1+3 \\ y_D=-2+4+3 \end{matrix}\right\}$

و $\left.\begin{matrix} x_D=0 \\ y_D=5 \end{matrix}\right\}$

و بالتالي فإن : $D(0;5)$.

III _ إحداثيتا مجموع متجهتين :

* / قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
$\overrightarrow{AB}(a;b)$ و $\overrightarrow{CD}(c;d)$ متجهتان غير منعدمتين
إحداثيتا المتجهة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ هما : $a+c$ و $b+d$
ونكتب : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}(a+c\,;b+d)$

* / مثال :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى.

نعتبر المتجهتين : $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;-4)$.

لنحدد زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}+\vec{v}$.

لدينا : $\vec{u}+\vec{v}(-2+2\,;3-4)$

أي : $\vec{u}+\vec{v}(0\,;-1)$

IV _ إحداثيتا متجهة في عدد حقيقي :

* / قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
$\overrightarrow{AB}(a;b)$ و k عدد حقيقي غير منعدم
إحداثيتا المتجهة $k.\overrightarrow{AB}$ هما : $k.a$ و $k.b$
ونكتب : $k.\overrightarrow{AB}(k.a\,;k.b)$

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ نعتبر المتجهة $\vec{u}(5;-3)$.

سيكون لدينا : $\frac{1}{2}\vec{u}\left(\frac{5}{2};\frac{-3}{2}\right)$

V_ المسافة بين نقطتين :

* / قاعدة :

في معلم متعامد ممنظم

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ نعتبر النقطتين $A(-1;3)$ و $B(3,2)$.

سيكون لدينا :

$$\begin{aligned}AB&=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\\&=\sqrt{(3+1)^2+(2-3)^2}\\&=\sqrt{4^2+(-1)^2}\\&=\sqrt{16+1}\\&=\sqrt{17}\end{aligned}$$