المستوى : الثالثة اعدادي | المعلم في المستوى | ثانوية بن الهيثم الإعدادية

1 ـ إحداثيتا نقطة :

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث : $(OI) \perp (OJ)$

نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان

بحيث : (D) وحدة تدريجه هي OI

و (D') وحدة تدريجه هي OJ .

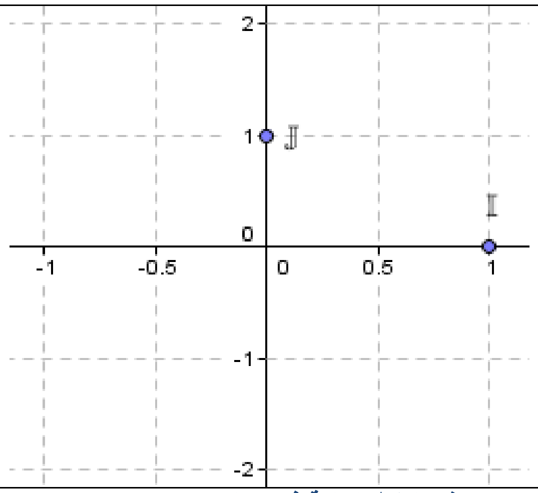
نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

ـ النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.

ـ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .

ـ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب .

إذا كان $OI = OJ = 1$ نسمي (O, I, J) : معلم متعامد ممنظم .



تعريف :

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بالزوج (x, y)

يسمى زوج إحدثيتي النقطة M .

x يسمى أفصول النقطة M

y يسمى أرتوب النقطة M

ونكتب : $M(x, y)$

تمرين : 1 ـ مثل النقط التالية في معلم متعامد :

$A(3, -1)$ و $B(-2, 0)$ و $C(0, 4)$ و $(-1, -3)$

2 ـ حدد إحدثيتي كل من النقط : O و I و J

2 ـ إحداثيتا متجهة :

تعريف : (O, I, J) معلم متعامد

إذا كانت $A(a, b)$ و $B(c, d)$ نقطتان

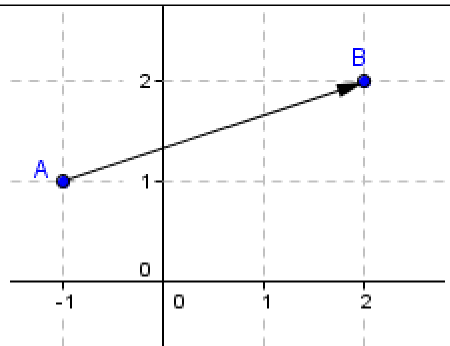
فإن : إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هما : $c - a$ و $d - b$

و نكتب : $\overrightarrow{AB}(c - a, d - b)$

لاحظ الشكل : لدينا $A(-1, 1)$ و $B(2, 2)$

إذن : $\overrightarrow{AB}(2 - (-1), 2 - 1)$

ومنه : $\overrightarrow{AB}(3, 1)$



تمرين : من الشكل التالي

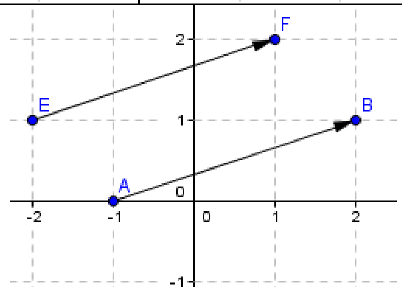
حدد إحداثيتي كل من المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$

ماذا تستنتج ؟

لدينا : $\overrightarrow{AB}(3, 1)$ و $\overrightarrow{EF}(3, 1)$

و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

نستنتج : متجهتان متساويتان لهما نفس الإحداثيات



تمرين : من الشكل التالي

حدد إحداثيتي $\overrightarrow{AC}$ مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$

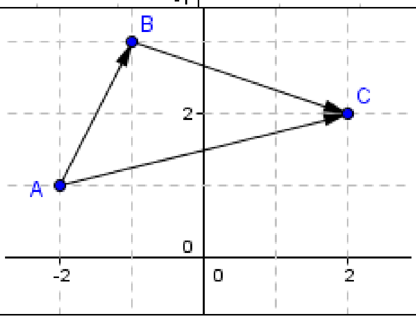
ماذا تلاحظ ؟

لدينا : $\overrightarrow{AB}(1, 2)$ و $\overrightarrow{BC}(3, -1)$ و $\overrightarrow{AC}(4, 1)$

نلاحظ : $\overrightarrow{AB}(1, 2) + \overrightarrow{BC}(3, -1) = \overrightarrow{AC}(4, 1)$

إحداثيتا مجموع متجهتين هما :

مجموع أفصوليهما ومجموع أرتوبيهما .



تمرين : نعتبر في معلم متعامد المتجهة $\overrightarrow{CD}(2, -3)$

حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CD}$

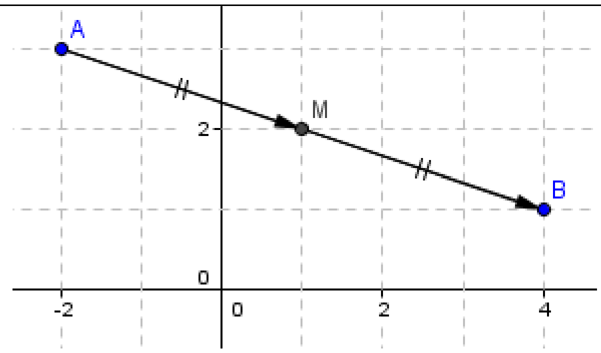
إحداثيتي المتجهة $3\overrightarrow{CD}$ ؟

لدينا : $3\overrightarrow{CD}(2, -3) = (3\overrightarrow{CD})(6, -9)$

3 ـ إحداثيتا منتصف قطعة :

في معلم متعامد نعتبر النقطتين $A(-2,3)$ و $B(4,1)$
ونقطة M منتصف القطعة $[AB]$.
لدينا : $M(1,2)$

$M(x,y)$ منتصف القطعة $[AB]$
إذن : $\overrightarrow{AM}(x+2,y-3)=\overrightarrow{MB}(4-x,1-y)$
ومنه : $x+2=4-x$ و $y-3=1-y$
$x=\frac{4+(-2)}{2}$ و $y=\frac{1+3}{2}$
إحداثيتا منتصف قطعة هما : نصف مجموع أفصولي طرفي القطعة و نصف مجموع أرتوبي طرفيها .



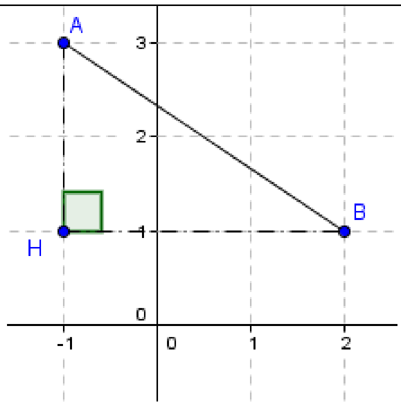
تمرين :
نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد النقط التالية :
$A(-2,1)$ و $B(2,2)$ و $C(3,-2)$ و $D(x,y)$
1 ـ حدد إحداثيتي E منتصف القطعة $[AC]$
2 ـ حدد x و y علما أن E منتصف القطعة $[BD]$

3 ـ استنتج ان الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

الحل :
1 ـ E منتصف القطعة $[AC]$ إذن : $E\left(\frac{3+(-2)}{2},\frac{-2+1}{2}\right)$
ومنه : $E\left(\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right)$
2 ـ E منتصف القطعة $[BD]$ إذن : $E\left(\frac{x+2}{2},\frac{y+2}{2}\right)$
ومنه : $\frac{x+2}{2}=\frac{1}{2}$ و $\frac{y+2}{2}=\frac{-1}{2}$
وبالتالي : $x=-1$ و $y=-3$

4 ـ المسافة بين نقطتين :

نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم
النقطتين : $A(-1,3)$ و $B(2,1)$
كيف نحسب المسافة AB ؟
نعتبر المثلث HAB القائم الزاوية في H
إذن : حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة
لدينا : $AB^2=HB^2+HA^2$
نحسب HB و HA :
$HB=(2-(-1))OI$ و $HA=(3-1)OJ$
لدينا : $OI=OJ=1$
إذن : $HB=3$ و $HA=2$
ومنه : $AB^2=3^2+2^2$
أي : $AB=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$



$AB=\sqrt{(2-(-1))^2+(1-3)^2}$

تمرين : نعتبر في المستوى المنسوب إلى م.م.م النقط :
$A(1,5)$ و $B(3,9)$ و $C(11,5)$ و $D(9,1)$
1 ـ بين أن الرباعي $ABCD$ مستطيل .

الحل :
ـ $ABCD$ متوازي الأضلاع :
$\overrightarrow{AB}(2,4)$ و $\overrightarrow{DC}(2,4)$ (متساويتان)
ـ له زاوية قائمة :
نحسب AB و BC و AC
$AB=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$
$BC=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$
$AC=\sqrt{100+0}=\sqrt{100}$
لدينا : $AC^2=AB^2+BC^2$
أي : ABC مثلث قائم الزاوية في B
و بالتالي $ABCD$ مستطيل .

تمرين : في معلم متعامد ممنظم
نعتبر النقط : $M(-3,2)$ و $N(1,1)$ و $P(9,-1)$
1ـ حدد إحداثيتي المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{MP}$
2ـ استنتج أن النقط M و N و P مستقيمية .

الحل :
1ـ لدينا : $\overrightarrow{MN}(4,-1)$
$\overrightarrow{MP}(12,-3)$
نلاحظ أن : $\overrightarrow{MP}=3\overrightarrow{MN}$ ومنه النقط مستقيمية .
لدينا أيضا : $4(-3)=(-1)12$
يسمى شرط استقامية النقط M و N و P.