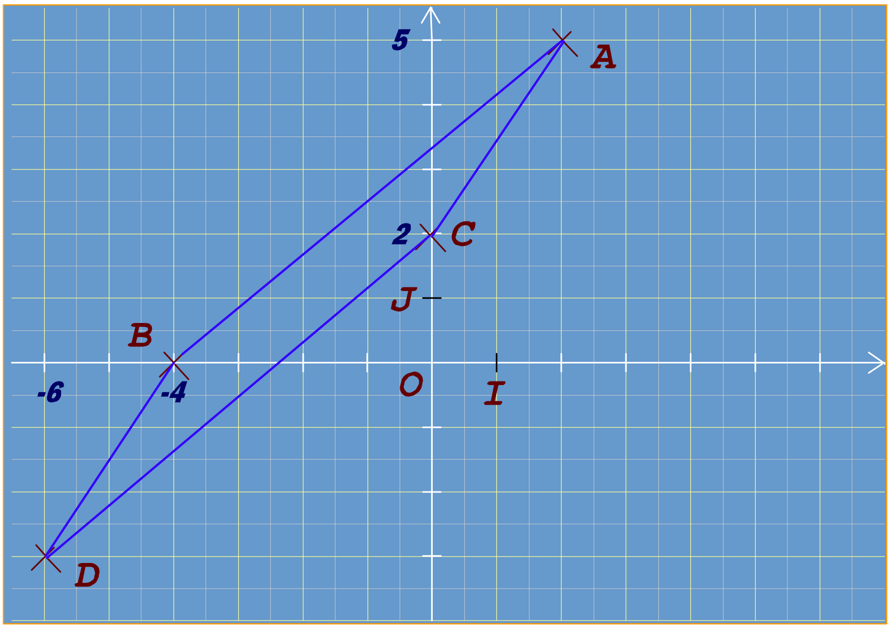
المعلم في المستوى - حلول

تمرين 1   انتبه ←   تعليق ←

	$A(2;5)$ و $B(-4;0)$ و $C(0;2)$ و $D(-6;-3)$	
-1	$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,,y_B-y_A)$ $\overrightarrow{AB}(-4-2,0-5)$ $\overrightarrow{AB}(\ -6\ \ ,\ \ -5)$	$\overrightarrow{CD}(x_D-x_C\,,y_D-y_C)$ $\overrightarrow{CD}(-6-0,-3-2)$ $\overrightarrow{CD}(\ -6\ \ ,\ \ -5)$
-2	بما ن لـ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ نفس الإحداثيات فإن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.	
-3		

تمرين 2   انتبه ←   تعليق ←

	$A(2;5)$ و $B(-4;0)$ و $C(0;2)$ و $D(-6;-3)$	
-1	لدينا E منتصف $[BC]$ إذن : $x_E=\dfrac{x_B+x_C}{2}$ و $y_E=\dfrac{y_B+y_C}{2}$ منه : $x_E=\dfrac{-4+0}{2}=-2$ و $y_E=\dfrac{0+2}{2}=1$ بالتالي : $E(-2;1)$	لدينا F منتصف $[AD]$ إذن : $x_F=\dfrac{x_A+x_D}{2}$ و $y_F=\dfrac{y_A+y_D}{2}$ منه : $x_F=\dfrac{2+(-6)}{2}=-2$ و $y_E=\dfrac{5+(-3)}{2}=1$ بالتالي : $F(-2;1)$
-2	بما أن لـ E و F نفس الإحداثيات فهذا يعني أن لـ $[BC]$ و $[AD]$ نفس المنتصف بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.	
- 3	لدينا : $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(0-(-4))^2+(2-0)^2}=\sqrt{(4)^2+(2)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$ و $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}=\sqrt{(-6-2)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{(-8)^2+(-8)^2}=\sqrt{64+64}=\sqrt{128}$	
-4	بما أن : $AD\neq BC$ فقطرا متوازي أضلاع $ABDC$ ليسا متقايسان، فهو إذن ليس بمستطيل	

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

نبين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع ، $A\left(-2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$ و $B(-1;-2)$ و $C(1;2)$

لدينا :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{\left(-1-\left(-2\sqrt{3}\right)\right)^2+\left(-2-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2+\left(2+\sqrt{3}\right)^2}$$

$$AB=\sqrt{4\times 3-2\times 2\sqrt{3}+1\ +\ 4+2\times 2\times\sqrt{3}+3}=\sqrt{12-4\sqrt{3}+1\ +\ 4+4\sqrt{3}+3}=\sqrt{20}$$

و

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(1-(-1))^2+(2-(-2))^2}=\sqrt{(2)^2+(4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$$

و

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{\left(1-\left(-2\sqrt{3}\right)\right)^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(1+2\sqrt{3}\right)^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$$

$$AC=\sqrt{1+4\sqrt{3}+12+\ 4-4\sqrt{3}+3}=\sqrt{20}$$

إذن : $AB=BC=AC$ ، بالتالي المثلث ABC متساوي الأضلاع

← **لنشر المتطابقة** $\left(-2-\sqrt{3}\right)^2$ **استعملنا الخاصية :** $(-a-b)^2=(a+b)^2$ **لأن** $-a-b=-(a+b)$ ، **بمعنى أن للعددين المتقابلين نفس المربع**

تمرين 4

انتبه ← تعليق ←

نعتبر النقط : $A(2;1)$ و $B(0;-1)$ و $C(-1;4)$

-1	لدينا $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-1-0)^2+(4-(-1))^2}=\sqrt{(-1)^2+5^2}=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$ و $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(0-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$ و $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-1-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{(-3)^2+3^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$
-2	لدينا : $BC^2=\left(\sqrt{26}\right)^2=26$ و $AB^2=\left(\sqrt{8}\right)^2=8$ و $AC^2=\left(\sqrt{18}\right)^2=18$ منه : $AB^2+AC^2=8+18=26=BC^2$ ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن : المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

تمرين 5

انتبه ← تعليق ←

$A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ و $C(0;3)$ و $D(a;b)$ ، لنحدد العددين a و b لكي يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع يجب أن يكون : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي يجب أن يكون للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ نفس الإحداثيات.

$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,,y_B-y_A)$ $\quad$ $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,,y_C-y_D)$

و لدينا : $\overrightarrow{AB}(2-(-1),-6-3)$ و $\overrightarrow{DC}(0-a,3-b)$

$\overrightarrow{AB}(\ 3\ ,\ -9)$ $\quad$ $\overrightarrow{DC}(\ -a\ ,\ 3-b)$

إذن : $-a=3$ و $3-b=-9$ ، منه : $a=-3$ و $-b=-9-3$

$-b=-12$

$b=12$

← $ABCD$ متوازي أضلاع يعني : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و ليس : $\cancel{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}}$

تمرين 6 | انتبه ← | تعليق ←

$A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ ، لنحدد إحداثيتي K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B

لدينا K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B منه : B منتصف $[AK]$

منه :

$$x_B = \frac{x_A + x_K}{2} \qquad y_B = \frac{y_A + y_K}{2}$$

$$2 = \frac{-1 + x_K}{2} \qquad -6 = \frac{3 + x_K}{2}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{-1 + x_K}{2} \quad \text{و} \quad \frac{-12}{2} = \frac{3 + y_K}{2}$$

$$4 = -1 + x_K \qquad -12 = 3 + y_K$$

$$4 + 1 = x_K \qquad -12 - 3 = y_K$$

$$5 = x_K \qquad -15 = y_K$$

بالتالي : $\underline{K(5\,,-15)}$