أهم
فقرات
الدرس

المثلث القائم الزاوية و الحساب المثلثي

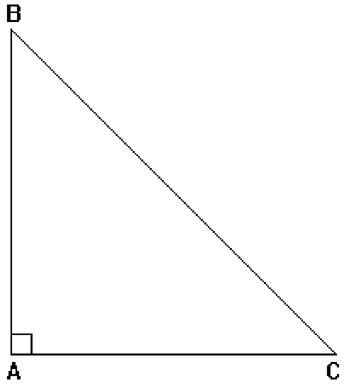
مادة
الرياضيات
3AC

I _ النسب المثلثية لزاوية حادة :

1) – تعاريف :

أ) -- جيب تمام زاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



النسبة $\frac{AB}{BC}$ تسمى جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$.

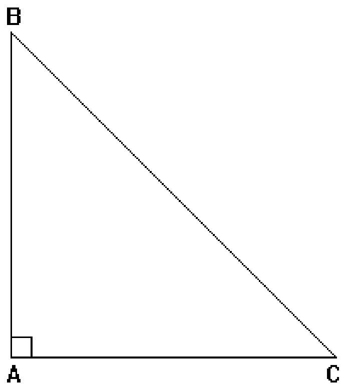
يرمز لها بالرمز $\cos A\hat{B}C$ و نقرأ cosinus $A\hat{B}C$

و نكتب : $\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$

أي

ب) -- جيب زاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



النسبة $\frac{AC}{BC}$ تسمى جيب الزاوية $A\hat{B}C$.

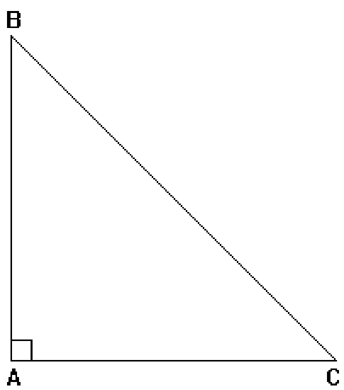
يرمز لها بالرمز $\sin A\hat{B}C$ و نقرأ sinus $A\hat{B}C$

و نكتب : $\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$

أي $\sin A\hat{B}C =$ ($A\hat{B}C$ [illegible]) / ([illegible])

ج) -- ظـل زاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



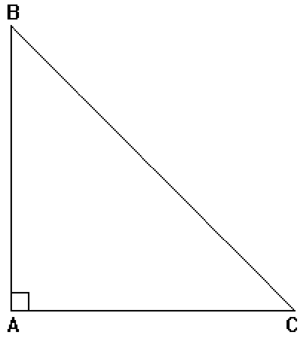
النسبة $\frac{AC}{AB}$ تسمى ظـل الزاوية $A\hat{B}C$.

يرمز لها بالرمز $\tan A\hat{B}C$ و نقرأ tangente $A\hat{B}C$

و نكتب : $\tan A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$

أي $\tan A\hat{B}C =$ ($A\hat{B}C$ [illegible]) / ($A\hat{B}C$ [illegible])

2) – مثال :



ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث :

BC = 5 cm و AB = 3 cm و AC = 4 cm

لنحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{C}B$.

أ) --- حساب $\cos A\hat{C}B$:

لدينا :

$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$$

إذن :

$$\cos A\hat{C}B = \frac{4}{5}$$

ب) --- حساب $\sin A\hat{C}B$:

لدينا :

$$\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC}$$

إذن :

$$\sin A\hat{C}B = \frac{3}{5}$$

ج) --- حساب : $\tan A\hat{C}B$

لدينا :

$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

إذن :

$$\tan A\hat{C}B = \frac{3}{4}$$

II _ خصـــائص :

1) – الخاصية الأولى :

مهما كان α قياس زاوية حادة $(0° < \alpha < 90°)$

فإن : $0 < \cos\alpha < 1$ و $0 < \sin\alpha < 1$

2) – الخاصية الثانية :

مهما كان α قياس زاوية حادة $(0° < \alpha < 90°)$

فإن : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

3) – الخاصية الثالثة :

مهما كان α قياس زاوية حادة $\left(0° < \alpha < 90°\right)$

فإن : $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

4) – الخاصية الرابعة : النسب المثلثية لزاويتين متتامتين .

α و β قياسي زاويتن حادتين بحيث : $\alpha + \beta = 90°$

$$\cos\alpha = \sin\beta$$

$$\sin\alpha = \cos\beta$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\tan\beta}$$

5) – النسب المثلثية لزوايا خاصة :

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف

تطبيقات :

α قياس زاوية حادة غير منعدمة بحيث : $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$.

أ) --- لنحسب $\sin\alpha$:

نعلم أن : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$.

إذن :

$$\begin{aligned}\sin^2\alpha &= 1 - \cos^2\alpha \\ &= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= 1 - \frac{4}{9} \\ &= \frac{9-4}{9} \\ &= \frac{5}{9}\end{aligned}$$

و بما أن : $0<\sin\alpha<1$

فإن :

$$\sin\alpha=\sqrt{\frac{5}{9}}$$

$$\boxed{\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

ب) --- لنحسب $\tan\alpha$:

نعلم أن : $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

إذن :

$$\tan\alpha=\frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{2}$$

$$\boxed{\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

ج) --- لنحسب $\sin(90°-\alpha)$:

لدينا :

$$\begin{aligned}\alpha+(90°-\alpha)&=\alpha+90°-\alpha\\&=90°+\alpha-\alpha\\&=90°\end{aligned}$$

إذن : α و $(90°-\alpha)$ قياسا زاويتين متتامتين .

و منه فإن : $\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha$

و بما أن : $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$ فإن : $\boxed{\sin(90°-\alpha)=\dfrac{2}{3}}$