

الدرس (7): الحساب المثلثي

علاقات بين النسب المثلثية

النسب المثلثية للزاويتين متتامتين

خاصة 3: x و y قياسان لزاويتين متتامتين
 $x + y = 90^\circ$
 متتامتين أي $x + y = 90^\circ$

$$\begin{cases} \cos x = \sin y \\ \sin x = \cos y \\ \tan x = \frac{1}{\tan y} \end{cases}$$

أمثلة:

$$A = \sin 70^\circ + \cos 35^\circ - \sin 55^\circ - \cos 20^\circ$$

$$= \sin 70^\circ + \cos 35^\circ - \cos 35^\circ - \sin 70^\circ$$

$$A = 0$$

$$B = \sin^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ$$

$$= \sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ$$

$$= 1$$

$$C = \cos^2 13^\circ + \tan 64^\circ + (\cos 77^\circ)^2 - \frac{1}{\tan 26^\circ}$$

$$= \cos^2 13^\circ + \tan 64^\circ + \sin^2 13^\circ - \tan 64^\circ$$

$$= \cos^2 13^\circ + \sin^2 13^\circ$$

$$C = 1$$

العلاقة بين \cos و \sin و \tan

خاصة 3: x قياس زاوية حادة $0^\circ < x < 90^\circ$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

مثال: x زاوية حادة بحيث: $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 احسب $\tan x$
 احسب $\cos x$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\cos x > 0 \text{ لأن } \cos x = \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$\cos x = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{\tan x = \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

العلاقة بين \sin و \cos

خاصة 1: x قياس زاوية حادة $0^\circ < x < 90^\circ$

$$0 < \cos x < 1$$

$$0 < \sin x < 1$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

مثال: x قياس زاوية حادة بحيث $\cos x = \frac{2}{3}$
 احسب $\sin x$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

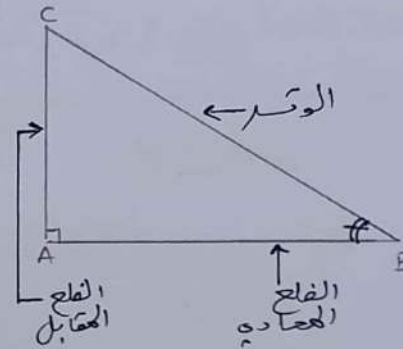
$$\sin^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\sin x > 0 \text{ لأن } \sin x = \sqrt{\frac{5}{9}}$$

$$\boxed{\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}}$$

النسب المثلثية للزاوية حادة

ABC مثلث قائم الزاوية في A
 نعتبر الزاوية B



تعريف:

- * جيب الضلع = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \sin \hat{B}$
- * الجيب = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC} = \sin \hat{B}$
- * الظل = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{الضلع المجاور للزاوية } \hat{B}} = \frac{AC}{AB} = \tan \hat{B}$

النسب المثلثية للزاوية خاصة

x	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف

- * المثال 1: احسب النسب المثلثية: الجواب من التعريف داخل مثلث قائم الزاوية بعلم القياسات
- * المثال 2: احسب $\cos x$ (أو $\sin x$): باستخدام الخاصية 1 بعلم $\sin x$ (أو $\cos x$)
- * المثال 3: احسب $\cos x$ (أو $\sin x$) إذا علمت $\tan x$: بدمج الخاصية 2 و 3
- * المثال 4: احسب $\tan x$ إذا علمت $\cos x$: بدمج الخاصية 1 ثم $\tan x$ بالخاصية 3
- * المثال 5: تبسيط مجموعة من التعبيرات باستخدام الخاصية أو الجدول (أو العكس)

