الدرس ⑤: المثلثات المتقايسة والمثلثات المتشابهة

المثلثات المتقايسة

تعريف: مثلثان متقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق

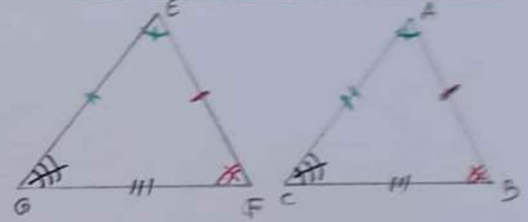
خاصية: إذا كان مثلثان متقايسان، فإن أضلاعهما المتناظرة متقايسة وزواياهما المتناظرة متقايسة.

A	B	C
E	F	G

$A\hat{B}C = E\hat{F}G$ $\quad AB = EF$

$A\hat{C}B = E\hat{G}F$ $\quad AC = EG$

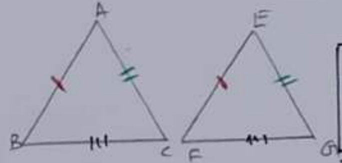
$B\hat{A}C = F\hat{E}G$ $\quad BC = FG$



حالات التقايس

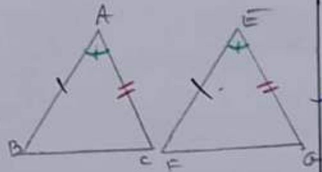
الحالة ①: إذا تقايست أضلاع مثلث أضلاع مثلث آخر، فإن هذين المثلثين متقايسان.

$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$



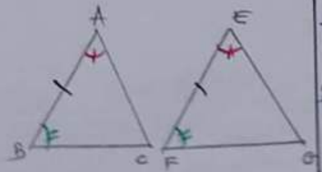
الحالة ②: إذا تقايس ضلعان لمثلث والزاوية المحصورة بينهما على التوالي ضلعين لمثلث آخر والزاوية المحصورة بينهما، فإن هذين المثلثين متقايسان.

$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ B\hat{A}C = F\hat{E}G \end{cases}$



الحالة ③: إذا تقايست زاويتان لمثلث والضلع المحاذي لهما على التوالي زاويتين لمثلث آخر والضلع المحاذي لهما فإن هذين المثلثين متقايسان

$\begin{cases} B\hat{A}C = F\hat{E}G \\ AB = EF \\ A\hat{B}C = E\hat{F}G \end{cases}$



حالات التقايس

- حالة ①: ثلاث أضلاع متقايسة — ضلع + ضلع + ضلع
- حالة ②: ضلعان وزاوية بينهما — ضلع + زاوية بينهما + ضلع
- حالة ③: زاويتان وضلع بينهما — زاوية + ضلع بينهما + زاوية

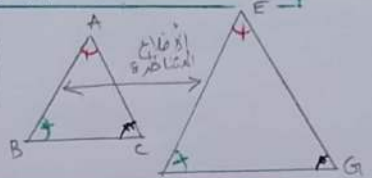
المثلثات المتشابهة

التعريف: يكون مثلثان متشابهين إذا تقايست زوايا أحدهما على التوالي زوايا المثلث الآخر.

* مثلثان متقايسان هما مثلثان متشابهان والعكس غير صحيح

$\begin{cases} B\hat{A}C = F\hat{E}G \\ A\hat{B}C = E\hat{F}G \\ A\hat{C}B = E\hat{G}F \end{cases}$

A	B	C
E	F	G



خاصية: إذا كان مثلثان متشابهان، فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

بتعبير آخر: إذا كان ABC و EFG مثلثين متشابهين فإن: $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG}$

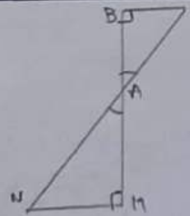
لدينا: $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$ ، k تسمى نسبة تشابه المثلثين EFG و ABC بهذا الترتيب

(المثلث EFG تكبير للمثلث ABC ونسبة التكبير هي k)

$\frac{1}{k}$ نسبة تشابه المثلثين ABC و EFG (المثلث ABC تصغير للمثلث EFG ونسبة التصغير $\frac{AB}{EF} = \frac{1}{k}$)

حالات التشابه

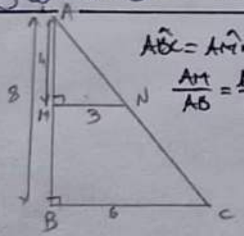
الحالة ①: إذا تقايست زاويتان لمثلث زاويتين لمثلث آخر، فإن هذين المثلثين متشابهان



$A\hat{B}C = A\hat{M}N$

$B\hat{A}C = M\hat{A}N$

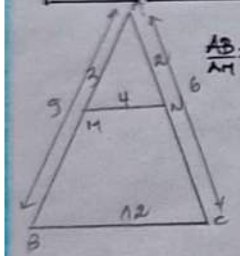
الحالة ②: إذا تقايست زاوية لمثلث زاوية لمثلث آخر وكانت أطوال الأضلاع المحاذية لهاتين الزاويتين متناسبة فيما بينها، فإن هذين المثلثين متشابهان.



$A\hat{B}C = A\hat{M}N$

$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

الحالة ③: إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة مع أطوال أضلاع مثلث آخر، فإن هذين المثلثين متشابهان



$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

حالات التشابه

- حالة ①: زاوية + زاوية
- حالة ②: نسبتان متساويتان + زاوية بينهما
- حالة ③: ثلاث نسب متساوية