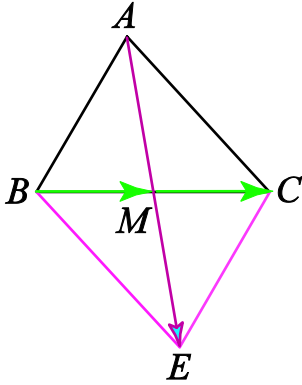


التمرين الأول

1. إنشاء الشكل :

نلاحظ أن المتجهين  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$  لهما نفس الأصل، إذن نُنشئ مجموعهما بطريقة متوازي الأضلاع.



$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

2. لنبين أن  $M$  منتصف  $[AE]$

الطريقة 1 لدينا  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  أي  $ACEB$  متوازي أضلاع وبما أن  $M$  منتصف القطر  $[BC]$  فإن  $M$  هي أيضا منتصف  $[AE]$

الطريقة 2

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}$$

$$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AM} + \underbrace{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}_{=0}$$

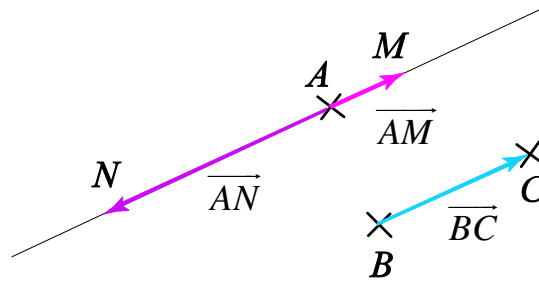
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \text{ لأن } M \text{ منتصف } [BC]$$

التمرين الثاني

$$\left. \begin{array}{l} (AM) // (BC) \\ \overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{AM} \text{ لهما نفس المنحى} \\ AM = \frac{BC}{2} \end{array} \right\} \text{ 1. لدينا } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ يعني أن}$$

$$\left. \begin{array}{l} (AN) // (BC) \\ \overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{AN} \text{ لهما منحيان متعاكسان} \\ AN = \frac{3BC}{2} \end{array} \right\} \text{ لدينا } \overrightarrow{AN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \text{ يعني أن}$$



2. لنبين أن النقط  $A$  و  $M$  و  $N$  مستقيمية

$$[1] \quad -3\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \text{ أي } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ لدينا ، و } [2] \quad \overrightarrow{AN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

من [1] و [2] نستنتج أن  $\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AM}$  ومنه فإن النقط  $A$  و  $M$  و  $N$  مستقيمية.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OD} \\
 &= \vec{0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AB} \\
 &= \cancel{\overrightarrow{AF}} + \overrightarrow{BD} - \cancel{\overrightarrow{AF}} + \overrightarrow{AB} \\
 &= \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \\
 &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} \\
 &= \overrightarrow{AD}
 \end{aligned}$$

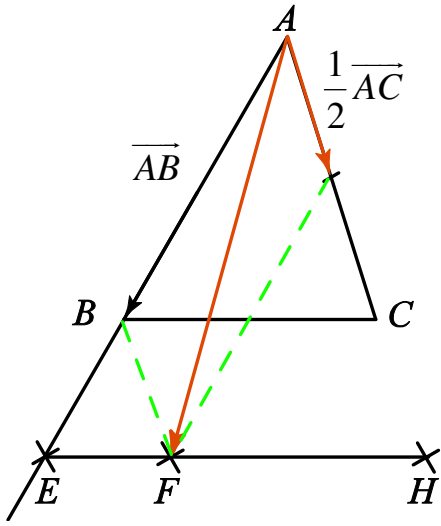
$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BC} &= \underbrace{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}}_{\overrightarrow{AB}} + \underbrace{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}}_{\overrightarrow{AC}} - 2(\underbrace{\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC}}_{\overrightarrow{BC}}) \quad .2 \\
 &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{BM} - 2\overrightarrow{MC} \\
 &= 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \\
 &= 2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}
 \end{aligned}$$

لدينا  $I$  منتصف  $[AB]$  يعني أن  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} \\
 &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MI} + \underbrace{\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}}_{=\vec{0}} \\
 &= 2\overrightarrow{MI}
 \end{aligned}$$

## التمرين الخامس

### 1. إنشاء النقطة E



$$\left. \begin{array}{l} E \in (AB) \\ \overline{AE} \text{ و } \overline{AB} \text{ لهما نفس المنحى} \\ AE = \frac{3}{2} AB \end{array} \right\} \text{ لدينا : } \overline{AE} = \frac{3}{2} \overline{AB} \text{ يعني أن}$$

### إنشاء النقطة F

$$\left. \begin{array}{l} (EF) \parallel (CB) \\ \overline{EF} \text{ و } \overline{CB} \text{ لهما منحى متعاكسان} \\ EF = \frac{3}{2} CB \end{array} \right\} \text{ لدينا : } \overline{EF} = -\frac{3}{2} \overline{CB} \text{ يعني أن}$$

إنشاء النقطة H : المتجهتان  $\overline{AB}$  و  $\frac{1}{2} \overline{AC}$  لهما نفس الأصل، نُنشئ مجموعتهما بطريقة متوازي الأضلاع (أنظر الشكل)

$$2. \text{ لدينا } \overline{EF} = -\frac{3}{2} \overline{CB} \text{ إذن } (EF) \parallel (BC).$$

$$3. \overline{EF} = -\frac{3}{2} \overline{CB}$$

$$\overline{EF} = -\frac{3}{2} (\overline{CA} + \overline{AB})$$

$$\overline{EF} = -\frac{3}{2} (-\overline{AC} + \overline{AB})$$

$$\overline{EF} = -\frac{3}{2} \overline{AB} + \frac{3}{2} \overline{AC}$$

$$4. \overline{AH} = \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{AE} + \overline{EH} = \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{EH} = \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC} - \overline{AE}$$

$$\overline{EH} = \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC} - \frac{3}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{EH} = -\frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}$$

5. لدينا

$$\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{EF} = 3\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{EH}$$

حسب السؤال السابق

## التمرين السادس

### 1. إنشاء النقطة $M'$

$M'$  هي صورة  $M$  بالإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\overrightarrow{IB}$   
 يعني أن  $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{IB}$   
 $(MM') \parallel (IB)$   
 يعني أن  $\overrightarrow{MM'}$  و  $\overrightarrow{IB}$  لهما نفس المنحى  
 $MM' = IB$

### إنشاء النقطة $A'$

$A'$  هي صورة  $A$  بالإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\overrightarrow{IB}$   
 يعني أن  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{IB}$

$(AA') \parallel (IB)$   
 يعني أن  $\overrightarrow{AA'}$  و  $\overrightarrow{IB}$  لهما نفس المنحى  
 $AA' = IB$

### إنشاء النقطة $B'$

$B'$  هي صورة  $B$  بالإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\overrightarrow{IB}$   
 يعني أن  $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{IB}$   
 $B' \in (IB)$   
 يعني أن  $\overrightarrow{BB'}$  و  $\overrightarrow{IB}$  لهما نفس المنحى  
 $BB' = IB$

2. لنبين أن  $M'$  منتصف  $[A'B']$  :

الطريقة الأولى :

$M'$  هي صورة  $M$  بالإزاحة  $T$  و  $A'$  هي صورة  $A$  بالإزاحة  $T$  إذن  $\overrightarrow{A'M'} = \overrightarrow{AM}$   
 $M'$  هي صورة  $M$  بالإزاحة  $T$  و  $B'$  هي صورة  $B$  بالإزاحة  $T$  إذن  $\overrightarrow{M'B'} = \overrightarrow{MB}$   
 وبما أن  $M$  منتصف  $[AB]$  فإن  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$  وبالتالي فإن  $\overrightarrow{A'M'} = \overrightarrow{M'B'}$

ومنه فإن  $M'$  منتصف  $[A'B']$

### الطريقة الثانية :

لنبين أولاً أن النقط  $A'$  و  $B'$  و  $M'$  مستقيمية :

$A'$  هي صورة  $A$  بالإزاحة  $T$  و  $B'$  هي صورة  $B$  بالإزاحة  $T$  : إذن صورة المستقيم  $(AB)$  بالإزاحة  $T$  هو المستقيم  $(A'B')$  وبما أن  $M \in (AB)$  فإن  $M' \in (A'B')$  (لأن صورة نقط مستقيمية بإزاحة هي نقط مستقيمية)

إذن النقط  $A'$  و  $B'$  و  $M'$  مستقيمية [1]

لدينا  $M'$  هي صورة  $M$  بالإزاحة  $T$  و  $A'$  هي صورة  $A$  بالإزاحة  $T$  إذن  $A'M' = AM$

لدينا  $M'$  هي صورة  $M$  بالإزاحة  $T$  و  $B'$  هي صورة  $B$  بالإزاحة  $T$  إذن  $B'M' = MB$

إذن  $A'M' = M'B'$  [2]

من [1] و [2] نستنتج أن  $M'$  منتصف  $[A'B']$

3. بنفس الطريقة كالسؤال الأول ننشئ النقط  $C'$  و  $D'$  ( $D' = I$ ) : أنظر الشكل.

4. لنبين أن  $A'B'C'D'$  متوازي أضلاع :

لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \text{ متوازي أضلاع إذن :} \\ \overline{AB} = \overline{A'B'} \text{ : إذن } T \text{ الإزاحة } B \text{ هي صورة } B' \text{ و } A \text{ هي صورة } A' \\ \overline{DC} = \overline{D'C'} \text{ : إذن } T \text{ الإزاحة } D \text{ هي صورة } D' \text{ و } C \text{ هي صورة } C' \end{array} \right\}$$

إذن  $\overline{A'B'} = \overline{D'C'}$  وبالتالي فإن  $A'B'C'D'$  متوازي أضلاع.

### التمرين السابع

1. الشكل

#### إنشاء النقطة $E$

$E$  هي صورة  $A$  بالإزاحة  $t$

يعني أن  $\overline{AE} = \overline{OM}$

$(AE) \parallel (OM)$

يعني أن  $\overline{AE}$  و  $\overline{OM}$  لهما المنحى

$AE = OM$

بنفس الطريقة ننشئ النقطتين  $F$  و  $G$  (أنظر الشكل)

2. لدينا  $ABM$  مثلث قائم الزاوية في  $M$  لأن الضلع

$[AB]$  هو قطر للدائرة ( $\zeta$ ). إذن  $\widehat{AMB} = 90^\circ$

لدينا أيضاً :  $E$  هي صورة  $A$  بالإزاحة  $t$

و  $F$  هي صورة  $B$  بالإزاحة  $t$

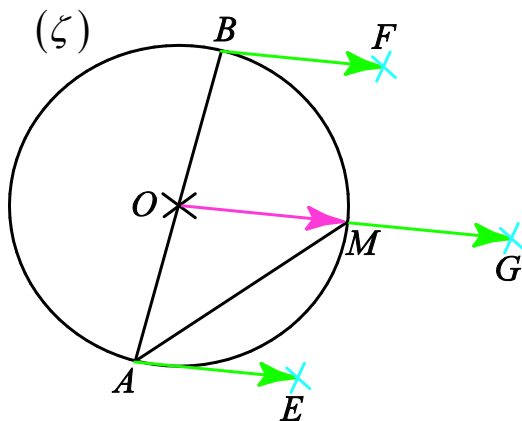
و  $G$  هي صورة  $M$  بالإزاحة  $t$

إذن صورة  $\widehat{AMB}$  بالإزاحة  $t$  هي  $\widehat{EGF}$

وبما أن صورة زاوية بإزاحة هي زاوية تقايسها فإن  $\widehat{EGF} = 90^\circ$  وبالتالي فإن  $EFG$  مثلث قائم الزاوية في الرأس  $G$ .

3. مساحة المثلث  $EFG$  :  $S_{EFG} = \frac{GE \times GF}{2}$

لدينا صورة قطعة بإزاحة هي قطعة تقايسها



صورة القطعة  $[AM]$  بالإزاحة  $t$  هي القطعة  $[EG]$  إذن  $EG = AM = 3$

صورة القطعة  $[AB]$  بالإزاحة  $t$  هي القطعة  $[EF]$  إذن  $EF = AB = 4$

صورة القطعة  $[BM]$  بالإزاحة  $t$  هي القطعة  $[FG]$  إذن  $FG = BM$

لنحسب  $AM$  بواسطة مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{7}$  : م . ف . م . ح . إذن  $M$  قائم الزاوية في  $ABM$

إذن :  $S_{EFG} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$