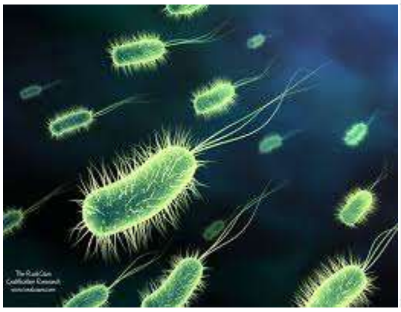
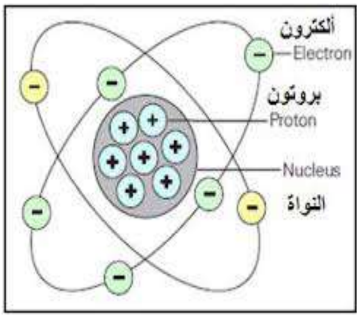
3 coll

القـــوى

مقدمة :

عند التعامل مع الأعداد الصغيرة جداً كطول البكتيريا والألكترونات أو الأعداد الكبيرة جداً كالمسافة بين الكواكب والشمس , فقد تحتاج إلى كتابة هذه الأعداد على شكل قوة لها أساس وأس.

I. قوى عدد حقيقي :

a عدد حقيقي غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي[1] أكبر من 1 لدينا :

أساس

أس

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \dots\dots\dots \times a}^{n \text{ من العوامل}}$$

قوة

✓ a^n تقرأ a أس n

✓ a^2 تقرأ a أس 2 أو a مربع

✓ a^3 تقرأ a أس 3 أو a مكعب

✓ $0^n = 0$ بشرط $n \neq 0$

✓ الكتابة 0^0 لا معنى لها

✓ $a^0 = 1$ بشرط $a \neq 0$

أمثلة :

$5^3 = 125$	$5^{-3} = 0{,}008$
$5^2 = 25$	$5^{-2} = 0{,}04$
$5^1 = 5$	$5^{-1} = 0{,}2$
$5^0 = 1$	$5^0 = 1$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^0 = 1$; $2018^0 = 1$

$1^1 = 1$; $1^0 = 1$

$1^{36} = 1$; $1^{-36} = 1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$; $\sqrt{0.25} = \sqrt{0.5}^2 = 0.5$

$\sqrt{3}^5 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3}^2 \times \sqrt{3}^2 \times \sqrt{3} = 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

$3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3^2 \times 2^4 = 9 \times 16 = 144 = 12^2$

[1] مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\dots\dots\}$

انتبه : $(a-b)^n \neq a^n - b^n$ و $(a+b)^n \neq a^n + b^n$ و $\left(a^n = b^n \Leftrightarrow a = b\right)$

$a + a + a = 3a \longrightarrow 2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$

$a \times a \times a = a^3 \longrightarrow 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

$(4 \times 2)^2 - 3 = 64 - 3 = 61$

$-5 + 2 \times 5^2 = -5 + 50 = 45$

$(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$

$-3^2 = -(3 \times 3) = -9$

$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

$3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}^2 = 24$

$3^3 + 5^2 = 27 + 25 = 52$

$5^2 \times 2 + 4 = 25 \times 2 + 4 = 54$

II. خاصيات القوى :

a عدد حقيقي , m و n عددان صحيحان نسبيان[2] لدينا : $a^n \times a^m = a^{n+m}$

أمثلة :

$5^4 \times 5^2 = 5^{4+2} = 5^6$

$\sqrt{3}^{-2} \times \sqrt{3}^8 = \sqrt{3}^{-2+8} = \sqrt{3}^6$

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

$\sqrt{3}^4 = \sqrt{3}^{2+2} = \sqrt{3}^2 \times \sqrt{3}^2 = 3 \times 3 = 9$

a عدد حقيقي غير منعدم, m و n عددان صحيحان نسبيان لدينا : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

أمثلة :

$\frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^{2=25}$; $\frac{\sqrt{3}^6}{\sqrt{3}^{-4}} = \sqrt{3}^{6-(-4)} = \sqrt{3}^{10}$; $\frac{\sqrt{3}^{-6}}{\sqrt{3}^4} = \sqrt{3}^{-6+4} = \sqrt{3}^{-2}$

a عدد حقيقي, m و n عددان صحيحان نسبيان لدينا : $(a^m)^n = a^{m\times n}$

أمثلة :

$\sqrt{3}^8 = \left(\cancel{\sqrt{3}^2}\right)^4 = 3^4 = 81$

$\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2\times-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$

$(3^2)^0 = 3^{2\times0} = 3^0 = 1$

$(3^5)^2 = (3^2)^5 = 3^{10}$

---

[2] مجموعة الأعداد النسبية هي : $\mathbb{Z}= \{\dots\dots\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\dots\dots\}$

a و b عددان حقيقيان و n عدد صحيح نسبي لدينا : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

أمثلة :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 2^3 = \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}\right)^3 = 1^3 = 1 \quad ; \quad (3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$$

$$\left(2\sqrt{3}x\right)^2 = 2^2 \times \sqrt{3}^2 \times x^2 = 4 \times 3x^2 = 12x^2$$

a عدد حقيقي و b عدد حقيقي غير منعدم و n عدد صحيح نسبي لدينا : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

أمثلة :

$$\frac{\left(2\sqrt{5}\right)^2}{\sqrt{5}^2} = \left(\frac{2\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{\sqrt{5}}}\right)^2 = 2^2 = 4 \quad ; \quad \left(\frac{3\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{\left(3\sqrt{2}\right)^2}{5^2} = \frac{3^2\sqrt{2}^2}{5^2} = \frac{9\times2}{25} = \frac{18}{25}$$

a و b عددان حقيقيان غير منعدمان و n عدد صحيح نسبي لدينا : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \; ; \; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

أمثلة :

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9} \quad ; \quad \sqrt{3}^{-2} = \frac{1}{\sqrt{3}^2} = \frac{1}{3} \quad ; \quad 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

III. قوى العدد 10 :

n عدد صحيح طبيعي .

$$10^n = \underbrace{1000\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ من الأصفار}} \quad \text{و} \quad 10^{-n} = \underbrace{0{,}000\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots01}_{n \text{ من الأصفار}}$$

أمثلة :

$10^2 = 100$	$10^{-2} = 0.01$
$10^4 = 10000$	$10^{-4} = 0.0001$
$10^6 = 1000000$	$10^{-6} = 0.000001$
$0{,}1 \times 10 = 10^{-1} \times 10^1 = 10^0 = 1$	$10^{-3} \times 10^4 = 10^{-3+4} = 10^1 = 10$
$1mille = 10^3$	$1milliard = 10^9$
$1million = 10^6$	$1trillion = 10^{18}$
$1billion = 10^{12}$	$1gogol = 10^{100}$

تطبيق :

أكتب الأعداد التالية على شكل $a \times 10^{n}$:

$$0,00000005 \quad ; \quad 127,53 \quad ; \quad 500000000 \quad ; \quad 120000$$

$120000 = 12 \times 10^{4}$

$500000000 = 5 \times 10^{8}$

$127,53 = 12753 \times 10^{2}$

$0,00000005 = 5 \times 10^{-8}$

IV. الكتابة العلمية :

الكتابة العلمية للعدد العشري x بحيث $x = a \times 10^{n}$ و n عدد صحيح نسبي هي :

$1 \leq a < 10$ أو $-10 < a \leq -1$

أمثلة :

$$\begin{cases} 364\ 000\ 000 = 3,64 \times 10^{8} \\ -364\ 000\ 000 = -3,64 \times 10^{8} \end{cases}$$

الأس مرتبط بتحريك الفاصلة

عدد الأرقام بين الفاصلتين هو 8

حرك الفاصلة لكي تحصل على عامل محصور بين 1و10

توجد الفاصلة الأصلية في اليمين إذن الأس سيكون موجب

$$\begin{cases} 0,00028 = 2,8 \times 10^{-4} \\ -0,00028 = -2,8 \times 10^{-4} \end{cases}$$

توجد الفاصلة الأصلية في اليسار إذن الأس سيكون سالب

إذا كانت الفاصلة الأصلية في اليمين سيكون الأس موجب أما إذا كانت في اليسار سيكون الأس سالب

تطبيق :

✓ أكتب هذا العدد بالكتابة العلمية . يبلغ قطر شعرة الإنسان حوالي 0,000017 m

الجواب هو: $0.000017m = 1,7 \times 10^{-5}m$

✓ يمكن للجهاز الحاسوب المتطور أن يؤدي 135 300 000 000 000 عملية في الثانية

أكتب هذا العدد بالترميز العلمي . الجواب هو : $1,353 \times 10^{14}$ عملية في الثانية.