

أ- تمريبات : احس مايلي :

$a = (-4)^3$, $b = -2^4$, $c = -\left(\frac{-2^3}{3}\right)$
 $d = \left(\frac{-4}{5}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3$, $e = -(-\sqrt{5})^2$, $f = (-\sqrt{16})^2$

الحل:
 $a = (-4)^3 = -4^3 = -64$
 $b = -2^4 = -16$
 $c = -\left(\frac{-2^3}{3}\right) = -\left(\frac{-8}{3}\right) = \frac{8}{3}$
 $d = \left(\frac{-4}{5}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{16}{25} - \frac{1}{8} = \frac{128-25}{200} = \frac{103}{200}$
 $e = -(-\sqrt{5})^2 = -(\sqrt{5})^2 = -5$
 $f = (-\sqrt{16})^2 = \sqrt{16}^2 = 16 = 4$

(3) قوة أسها سالبة

أ- تعريف:

a و b عدديان حقيقيان غير صفريين و n عدد صحيح طبيعي
 $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ب- أمثلة:

* $\sqrt{2}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 * $\left(\frac{-3}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{5}}{-3}\right)^2 = \frac{5}{9}$
 * $(3+\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{3+\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = \frac{3-\sqrt{2}}{3^2-\sqrt{2}^2}$
 $= \frac{3-\sqrt{2}}{9-2} = \frac{3-\sqrt{2}}{7}$

II- الجملاء على العدد

(1) نشاط:

أكتب الأعداد التالية على شكل قوة العدد

$A = 2^5 \times 2^3$, $B = 16^5$, $C = 8^3 \times 4^{32}$
 أكتب العدد التالي على شكل $2^p \times 3^q$
 $D = \frac{8^2 \times 9^3}{3^6 \times 2^4}$
الحل:
 $A = 2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$
 $B = 16^5 = (2^4)^5 = 2^{4 \times 5} = 2^{20}$

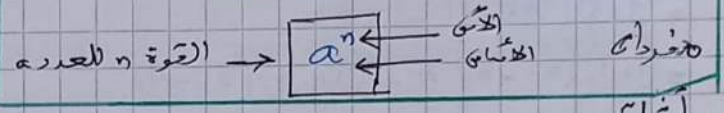
II- قوة عدد حقيقي

(1) تعريف:

ليكن a عددا حقيقيا و n عددا صحيحا طبيعيا

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_n$

ولدينا : $a^1 = a$, $a^0 = 1$



* أمثلة:

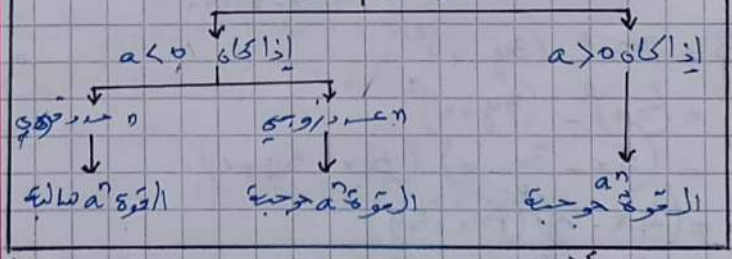
* $2005^0 = 1$ * $2007^1 = 2007$
 * $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ * $0^n = 0$
 * $(-7)^3 = (-7) \times (-7) \times (-7) = -343$ * $(-1)^n = \begin{cases} 1 & \text{إذا } n \text{ زوجي} \\ -1 & \text{إذا } n \text{ فردي} \end{cases}$
 * $(\sqrt{2})^4 = (\sqrt{2}) \times (\sqrt{2}) \times (\sqrt{2}) \times (\sqrt{2}) = 2 \times 2 = 4$

(2) إشارة القوة

أ- تامة:

a عدد حقيقي و n عدد صحيح طبيعي

إشارة القوة a^n



ب- أمثلة:

* $(\sqrt{7})^3 > 0$ لأن الأساي $\sqrt{7}$ موجب
 * $(-\sqrt{11})^{124} > 0$ لأن الأساي 124 زوجي
 * $(-\sqrt{3})^{11} < 0$ لأن الأساي $\sqrt{3}$ موجب والأساي 11 فردي
 * $(-\sqrt{5})^{12} > 0$ لأن الأساي $\sqrt{5}$ موجب والأساي 12 زوجي

ج- ملاحظة هامة:

a عدد حقيقي غير صفري و n عدد صحيح طبيعي
 * إذا كان a عددا موجبا فإن : $(-a)^n = a^n$
 * إذا كان n عددا فرديا فإن : $(-a)^n = -a^n$

$$A = \frac{a^2 \times (a^5)^3}{(a \times a^2)^4} = \frac{a^2 \times a^{5 \times 3}}{(a^{1+2})^4} = \frac{a^2 \times a^{15}}{(a^3)^4}$$

$$= \frac{a^{2+15}}{a^{3 \times 4}} = \frac{a^{17}}{a^{12}} = a^{17-12} = a^5$$

$$B = \frac{a^{-5} \times b^{-3} \times a^{-2}}{a^3 \times (b^{-2})^3} = \frac{a^{-5+(-2)} \times b^{-3}}{a^3 \times b^{-2 \times 3}}$$

$$= \frac{a^{-7} \times b^{-3}}{a^3 \times b^{-6}} = a^{-7-3} \times b^{-3-(-6)}$$

$$= a^{-10} \times b^3$$

$$C = \left[1 + \frac{(3-a)}{1+a} \right]^{-1}$$

$$= \left[1 + \frac{1+a}{3-a} \right]^{-1}$$

$$= \left[\frac{3-a+1+a}{3-a} \right]^{-1} = \left[\frac{4}{3-a} \right]^{-1} = \frac{3-a}{4}$$

الطريق

$$C = \frac{8^3 \times 4^{32}}{(2^3)^3 \times (2^2)^{32}} = \frac{2^{3 \times 3} \times 2^{2 \times 32}}{2^{3 \times 3} \times 2^{2 \times 32}} = \frac{2^{9+64}}{2^{9+64}} = 2^{73-73} = 2^0 = 1$$

$$D = \frac{8^2 \times 9^3}{3^5 \times 2^1} = \frac{(2^3)^2 \times (3^2)^3}{3^5 \times 2^1} = \frac{2^{3 \times 2} \times 3^{2 \times 3}}{3^5 \times 2^1} = \frac{2^6 \times 3^6}{3^5 \times 2^1} = 2^{6-1} \times 3^{6-5} = 2^5 \times 3^1$$

القوانين (2)

m, n عددين حقيقيين a, b عددين حقيقيين موجبين

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

القوانين (1)

العدد العشري

العدد العشري $10^n = 1000 \dots 0$ $10^{-n} = 0,000 \dots 01$

$\times 10^7 = 10\,000\,000$ $\times 10^4 = 10\,000$

$\times 10^{-9} = 0,000\,000\,001$ $\times 10^{-5} = 0,00001$

القوانين (2)

العدد $x = a \times 10^n$ $1 < a < 10$

$a = 3452 = 3,452 \times 10^3$

$b = 0,00000234 = 2,34 \times 10^{-6}$

$C = 678,25 \times 10^5$

$= 6,7825 \times 10^2 \times 10^5$

$= 6,7825 \times 10^{2+5} = 6,7825 \times 10^7$

القوانين (3)

$$a = \sqrt{5^3} \times \sqrt{5^{-7}} = \sqrt{5^{3+(-7)}} = \sqrt{5^{-4}} = \frac{1}{\sqrt{5^4}} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$b = \sqrt{5^3} \times \sqrt{7^3} = (\sqrt{5 \times 7})^3 = \sqrt{35^3}$$

$$= \sqrt{35^2 \times 35} = 35\sqrt{35}$$

$$c = 3^{-2} \times \sqrt{3^{-2}} \times \sqrt{2^{-2}} = (3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2})^{-2}$$

$$= (3\sqrt{6})^{-2} = \frac{1}{(3\sqrt{6})^2} = \frac{1}{9 \times 6} = \frac{1}{54}$$

$$d = \frac{\sqrt{7^3}}{\sqrt{7^{-2}}} = \sqrt{7^{3-(-2)}} = \sqrt{7^{3+2}} = \sqrt{7^5}$$

$$= \sqrt{7^4 \times 7} = (\sqrt{7^2})^2 \times \sqrt{7} = 49\sqrt{7}$$

$$e = \frac{\sqrt{45^3}}{\sqrt{5^3}} = \left(\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}\right)^3 = \sqrt{\frac{45^3}{5^3}} = \sqrt{9^3} = 3^3 = 27$$

$$f = (\sqrt{7^2})^3 = 7^3 = 343$$

$$g = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^4 = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

القوانين (4)

$a \neq 3$ عددين حقيقيين a, b عددين حقيقيين موجبين

الطريق

$$A = \frac{a^2 \times (a^5)^3}{(a \times a^2)^4} \quad B = \frac{a^{-5} \times b^{-3} \times a^{-2}}{a^3 \times (b^{-2})^3}$$

$$C = \left[1 + \frac{(3-a)}{1+a} \right]^{-1}$$