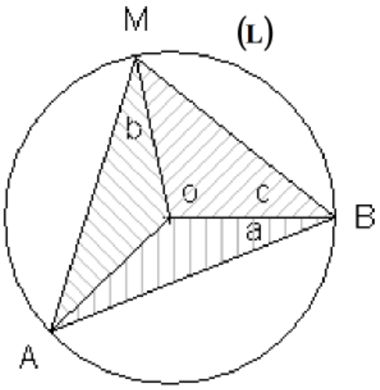
الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

نشاط تمهيدي:



نعتبر الشكل جانبه

1 . ما هي طبيعة المثلثات AOM و AOB و BOM .

2 . بين أن $A\hat{O}B = 180° - 2a$.

3 . حدد بدلالة a و b و c مجموع قياسات زوايا المثلث AMB .

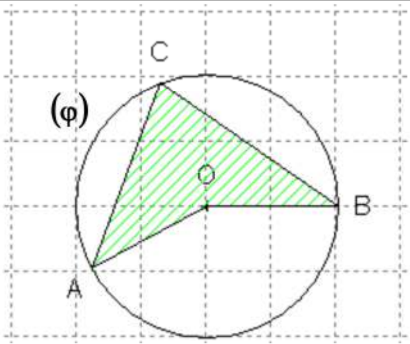
4 . استنتج أن $2a + 2b + 2c = 180°$.

5 . حدد $2a$ بدلالة b و c .

6 . استنتج أن $A\hat{O}B = 2b + 2c$ و $A\hat{O}B = 2A\hat{M}B$.

I. الـــــــزوايا المحيطيـــــة .

تعاريف :



A و B و C ثلاث نقط من دائرة معلومة (φ).

. الزاوية $\left[A\hat{C}B\right]$ تسمى زاوية محيطية في الدائرة (L) تحصر القوس AB التي لا تحتوي على C .

. الزاوية $[A\hat{O}B]$ تسمى الزاوية المركزية المرتبطة بالزاوية المحيطية $\left[A\hat{C}B\right]$.

بصفة عامة

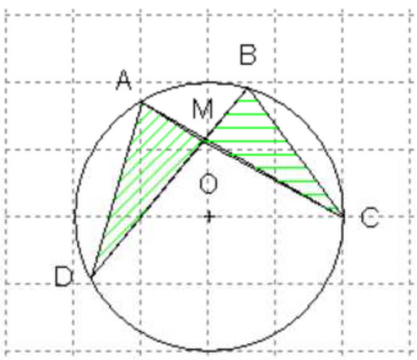
. كل زاوية ينتمي رأسها إلى دائرة و تحصر قوس منها تسمى زاوية محيطـية.

. كل زاوية رأسها هو مركز دائرة تسمى زاوية مركزية .

تطبيق1

نعتبر الشكل جانبه.

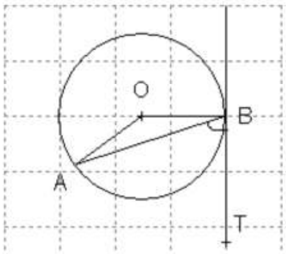
إملأ الجدول أسفله.



الزاوية	[CÂD]	[DM̂A]	$[A\hat{C}D]$	[MD̂A]
محيطية				
مركزية				
تحصر القوس				

ملاحظة : الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية المرتبطة بها تحصران نفس القوس

حالة خاصة



$[AB]$ وتر من دائرة $\varphi(O,r)$ (BT) مماس للدائرة φ في B (الشكل)

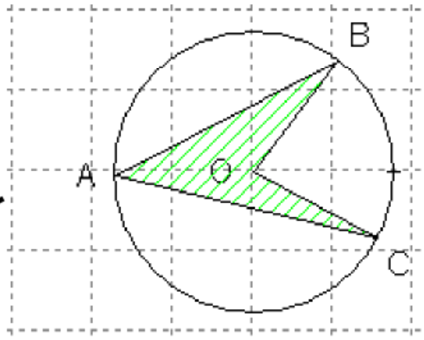
. الزاوية $[A\hat{B}T]$ تسمى زاوية محيطية تحصر القوس AB

. الزاوية $[A\hat{O}B]$ تسمى الزاوية المركزية المرتبطة بالزاوية $[A\hat{B}T]$

II. العلاقة بين الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية.

خاصية 1

قياس الزاوية المحيطية في دائرة يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المرتبطة بها .

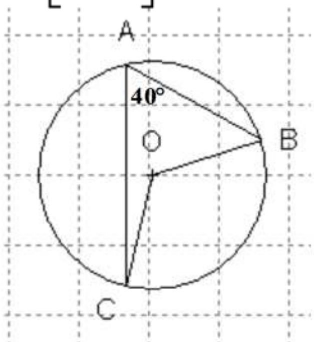


$$B\hat{A}C = \frac{1}{2} B\hat{O}C$$

تطبيق2

نعتبر الشكل أسفله ، حيث $B\hat{A}C = 40°$

أحسب قياس الزاوية $[B\hat{O}C]$.



الحل

لدينا $[B\hat{A}C]$ زاوية محيطية و $[B\hat{O}C]$ الزاوية المركزية المرتبطة بها

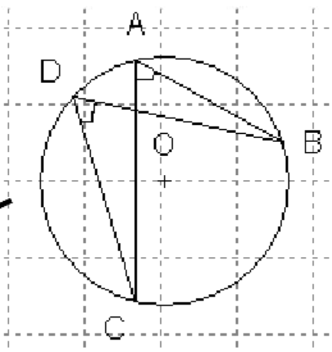
إذن $B\hat{O}C = 2 \times B\hat{A}C$

تطبيق عددي $B\hat{O}C = 2 \times 40°$

ومنه $B\hat{O}C = 80°$

خاصية 2

الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس في دائرة متقايستان .



$$B\hat{A}C = B\hat{D}C$$

تطبيق3

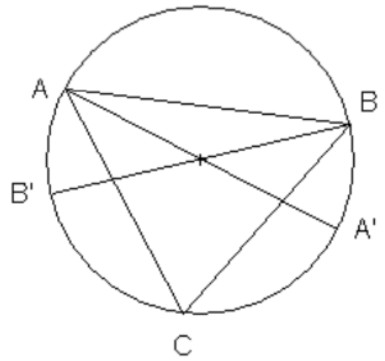
ABC مثلث و (φ) الدائرة المحيطة به . النقطتان B' و A' هما على التوالي المقابلتان قطريا لـ B و A .

1 . أرسم الشكل.

2 . بين أن $A\hat{B}'B = A\hat{C}B = A\hat{A}'B$.

الحل

1 . الشكل



2 . لنبين أن $A\hat{B}'B = A\hat{C}B = A\hat{A}'B$

لدينا الزوايا $\left[A\hat{B}'B\right]$ و $\left[A\hat{C}B\right]$ و $\left[A\hat{A}'B\right]$ محيطية تحصر نفس القوس AB

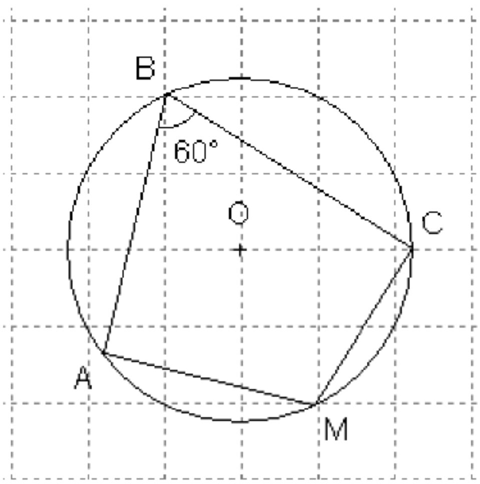
إذن $A\hat{B}'B = A\hat{C}B = A\hat{A}'B$

خاصية 3

$\left[A\hat{B}C\right]$ زاوية محيطية في دائرة .

إذاكانت M نقطة من القوس AC التي لا تحتوي على B فإن $A\hat{B}C + A\hat{M}C = 180°$

مثال : نعتبر الشكل جانبه



لنحسب قياس الزاوية $\left[A\hat{M}C\right]$

لدينا حسب الخاصية 3 $A\hat{B}C + A\hat{M}C = 180°$

تطبيق عددي $60° + A\hat{M}C = 180°$

يكافئ $60° + A\hat{M}C + (-60°) = 180° + (-60°)$

يكافئ $A\hat{M}C = 120°$

يمكنك البرهان على الخاصية 3 بإعتماد الخاصية 1