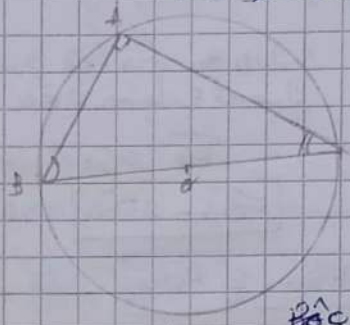
الدرس ③ : الزوايا المحيطية ، الزوايا المركزية

I - تذكير بخاصيات جمعية:

خاصية ①

* مجموع قياسات زوايا مثلث هو $180°$

$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$



* الزاوية $\widehat{BAC}$ مستقيمية

$\widehat{BAC} = 180°$

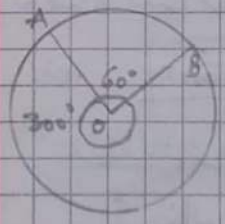
* إذا كان المثلث ABC محاط بدائرة قطرها [BC] ومركزها O منتصف [BC] فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A.

$\widehat{BAC} = 90°$

* بعكس خاصية: كل مثلث محاط بدائرة قطرها أحد أضلاع المثلث هو مثلث قائم الزاوية و قطر الدائرة هو وتر المثلث.

خاصية ②:

زاوية مركزية تساوي $360°$



لدينا: $\widehat{AOB} + \widehat{AOB} = 360°$

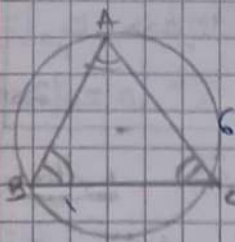
$\widehat{AOB} = 360° - \widehat{AOB}$

$\widehat{AOB} = 300°$

خاصية ③:

مثلث متساوي الأضلاع

جميع الزوايا متقايسة وكل زاوية تساوي $60°$



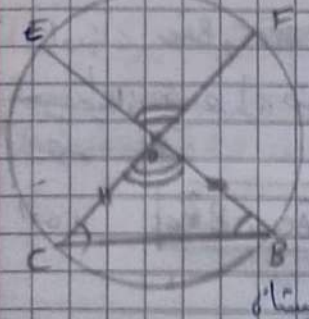
* AB ، AC ، BC تسمى أوتار الدائرة.

خاصية ④:

* في المثلث المتساوي الساقين OBC لدينا:

- $OB = OC$ لأنهما شعاعان لنفس الدائرة
- $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ لأنهما زاويتا القاعدة.

* زاويتان متقايستان بالرأس متقايستان



$\widehat{BOC} = \widehat{EOF}$

خاصية ⑤:

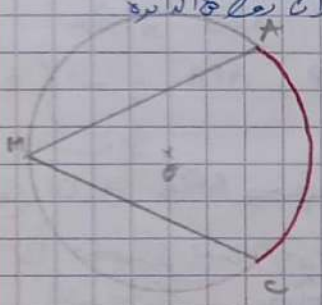
(D) // (Δ) و (Δ) تقطع (D) و (D') في A و A' على التوالي

- زاويتان α و α متحالفتان داخليا
- متناظرتان β و β
- متبادلتان داخليا δ و δ

II - الزاوية المحيطية

1) تعريف:

الزاوية المحيطية هي كل زاوية رأسها ينتمي إلى دائرة وتحصر قوسا في هذه الدائرة.



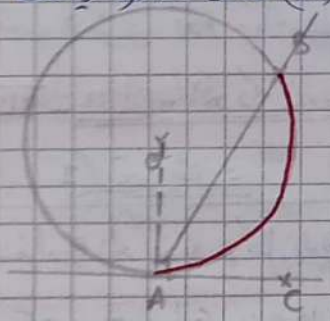
* الشكل الهندسي:

(ℰ) دائرة مركزها O. A، M، C ثلاث نقط من الدائرة

الزاوية $\widehat{AMC}$ زاوية محيطية

تحصر القوس $\overset{\frown}{AC}$

2) حالة خاصة:



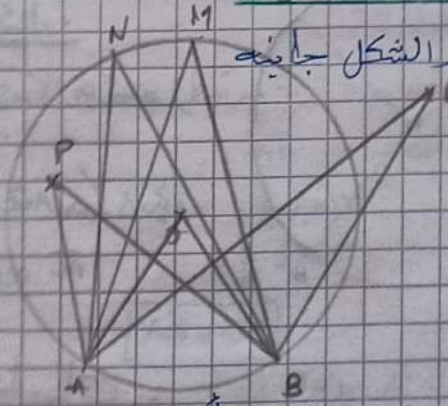
لاحظ الشكل جانبه بحيث القطعة [AC] محاطة بالدائرة و النقطة A

الزاوية $\widehat{BAC}$ زاوية محيطية

تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$

نشاط تأمل:

نعتبر الشكل جانبه



1) حدد الزوايا التي يكون رأسها على الدائرة و أضلاعها يحصران قوسا عليها (هذه الزاوية تسمى زاوية محيطية)

2) حدد الزوايا التي يكون رأسها هو مركز الدائرة (هذه الزاوية تسمى زاوية مركزية)

3) حدد الزوايا التي ليست محيطية ولا مركزية.

4) حدد زاوية محيطية وزاوية مركزية مرتبطة بإحداهما تحصران نفس القوس، ماذا تلاحظ؟

5) حدد زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس، ماذا تلاحظ؟

الحل:

1) الزوايا المحيطية هي: $A\hat{M}B$ و $A\hat{N}B$ و $M\hat{A}B$ و $M\hat{U}B$ و $N\hat{B}M$ و $N\hat{A}M$ ...

2) الزوايا المركزية هي: $A\hat{O}B$ و $B\hat{O}M$ و $M\hat{O}N$ و $N\hat{O}A$ و $M\hat{O}A$ و $N\hat{O}B$

3) الزوايا $A\hat{P}B$ و $A\hat{Q}B$ ليست محيطية ولا مركزية

4) الزاوية $A\hat{M}B$ محيطية و $A\hat{O}B$ مركزية مرتبطة بها تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

نلاحظ أن: $A\hat{O}B = 2A\hat{M}B$

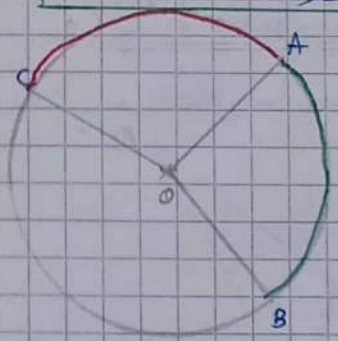
5) الزاويتان $N\hat{B}M$ و $N\hat{A}M$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{MN}$ نلاحظ أن $N\hat{A}M = N\hat{B}M$

III - الزاوية المركزية:

1) تعريف:

الزاوية المركزية هي كل زاوية رأسها هو مركز الدائرة وتحصر خوصاتي هذه الدائرة.

2) مثال:



* الزاوية $A\hat{O}B$ مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$
* الزاوية $A\hat{O}C$ مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AC}$

IV - خاصيات:

1) زاوية محيطية وزاوية مركزية مرتبطة بها:

أ- تعريف:

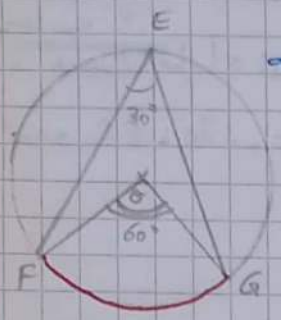
تكون زاوية مركزية ومرتبطة بزاوية محيطية إذا كانتا تحصران نفس القوس.

ب- خاصية ①:

قياس زاوية مركزية يساوي ضعف قياس زاوية محيطية مرتبطة بها.

* مثال:

نعتبر الشكل جانبه

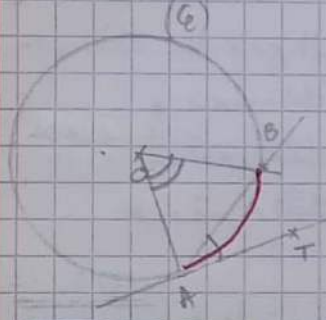


الزاوية $F\hat{O}G$ مركزية والزاوية $F\hat{E}G$ محيطية تحصران $\overset{\frown}{FG}$

إذن: $F\hat{O}G = 2F\hat{E}G$

و كذلك $F\hat{E}G = \frac{1}{2}F\hat{O}G$

ج- حالة خاصة:



(C) دائرة مركزها O

(AT) مماس الدائرة عند النقطة A

* الزاوية $B\hat{A}T$ محيطية والزاوية $A\hat{O}B$ مركزية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

إذن: $A\hat{O}B = 2B\hat{A}T$ و كذلك $B\hat{A}T = \frac{1}{2}A\hat{O}B$

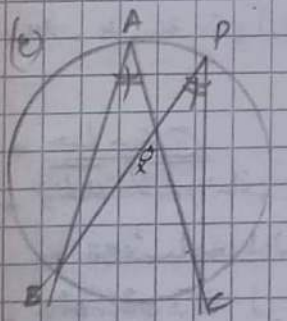
2) زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس:

أ- خاصية ②:

زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس تكونان متقايستان.

* مثال:

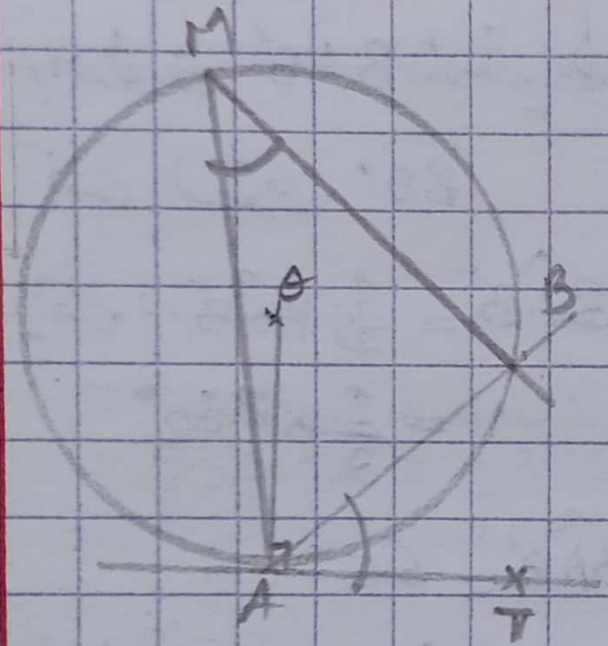
نعتبر الشكل جانبه



الزاويتان $B\hat{A}C$ و $B\hat{P}C$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BC}$

إذن: $B\hat{A}C = B\hat{P}C$

ب- حالة خاصة:



(ع) دائرة مركزها O

(AT) مماس الدائرة عند النقطة A

الزاويتان $B\hat{A}T$ و $B\hat{M}A$

حيطتان تحصران القوس $\overset{\frown}{AB}$

إذن $\boxed{B\hat{A}T = B\hat{M}A}$

* ملاحظة:

$A\hat{O}B < 180°$

+ القوس $\overset{\frown}{AB}$ التي لا تحتوي على M تسمى القوس الصغرى

+ القوس $\overset{\frown}{AB}$ التي تحتوي على M تسمى القوس الكبرى

$A\hat{O}B > 180°$