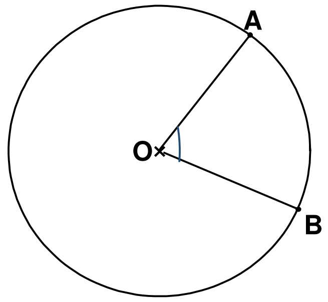
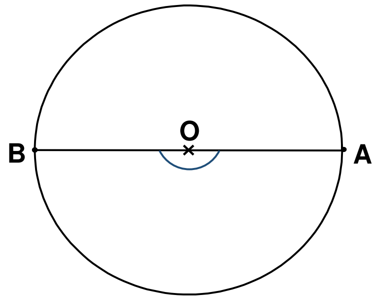
سلسلة 1 للزوايا المحيطية والزوايا المركزية

تمرين 1 :

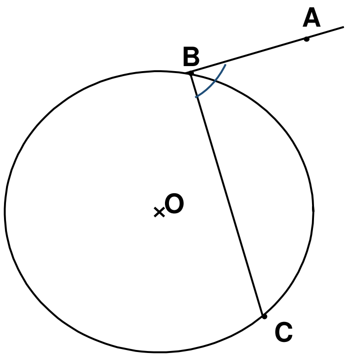
لاحظ الأشكال التالية :



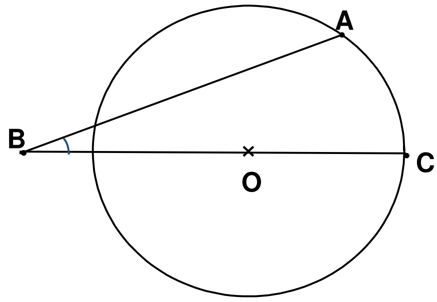
1



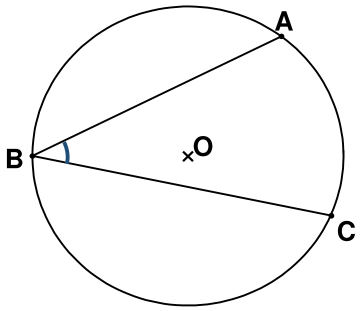
2



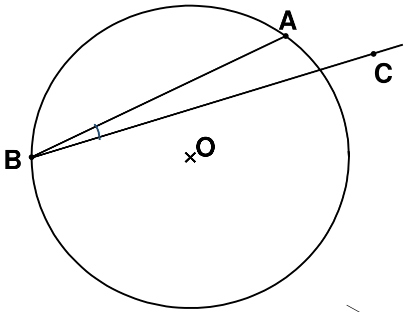
3



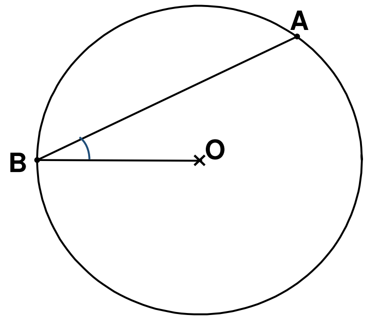
4



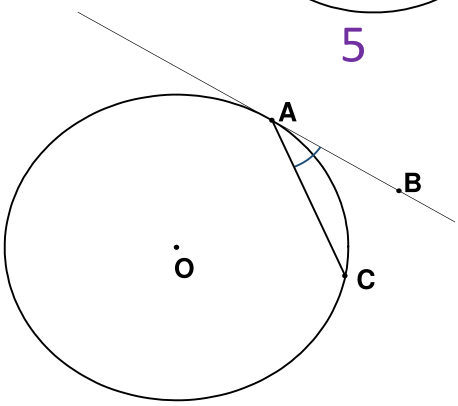
5



6



7



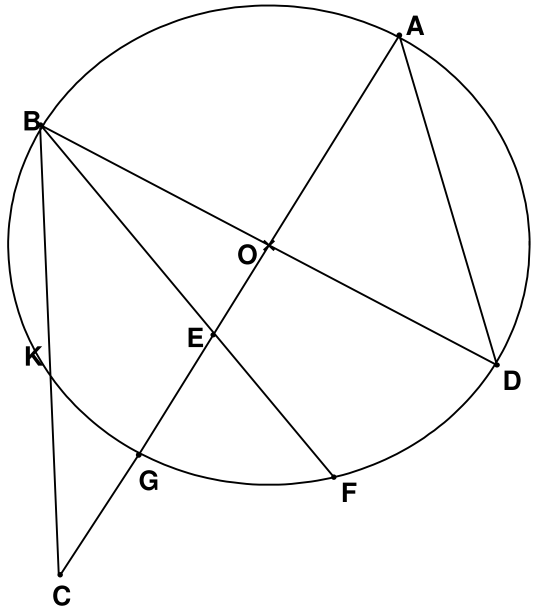
8

ضع علامة × في الخانة المناسبة :

	1	2	3	4	5	6	7	8
زاوية محيطية								
زاوية مركزية								
لا محيطية ولامركزية								

تمرين 2 :

لاحظ الشكل التالي :



ضع علامة × في الخانة المناسبة :

	$O\hat{A}D$	$O\hat{B}C$	$B\hat{C}A$	$A\hat{O}D$	$B\hat{O}C$	$B\hat{E}C$	$F\hat{B}D$	$E\hat{B}D$	$G\hat{E}F$
زاوية محيطية									
زاوية مركزية									
لا محيطية ولامركزية									
القـــــــــوس									

تمرين 3 :

أكمل الفراغ بما يناسب :

1) قياس الزاوية المحيطية ....قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .

ثلث – ضعف – نصف – يساوي

2) قياس الزاوية المركزية ....قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس .

ثلث – ضعف – نصف – يساوي

3) الزاوية المركزية المرسومة على قطر الدائرة تكون ....

مستقيمية - منفرجة - حادة - قائمة

4) مجموع زوايا رباعي الأضلاع يساوي ....

$200°$ – $100°$ – $180°$ – $360°$

5) المستقيم الذي يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة فقط يسمى ....

قطر - شعاع - وتر - مماس

6) القطعة المستقيمية التي طرفاها على الدائرة وتحوي مركزالدائرة تسمى ....

قطر - شعاع - وتر - مماس

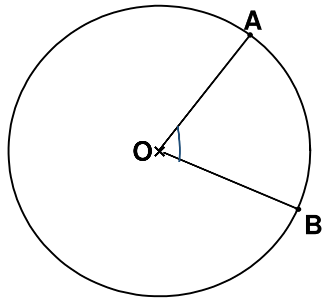
7) القطعة المستقيمية التي طرفاها نقطتان من الدائرة و لا تحتوي على المركز تسمى ....

قطر - شعاع - وتر - مماس

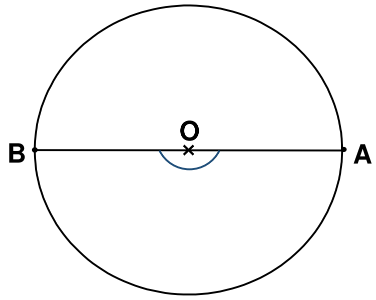
حل سلسلة 1 للزوايا المحيطية والزوايا المركزية

تمرين 1 :

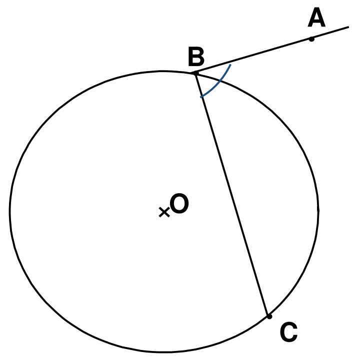
لاحظ الأشكال التالية :



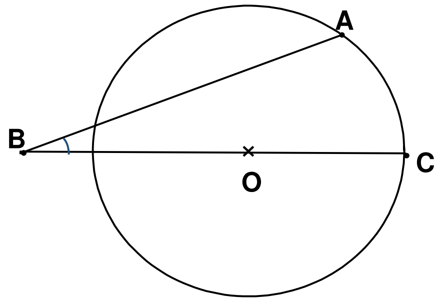
1



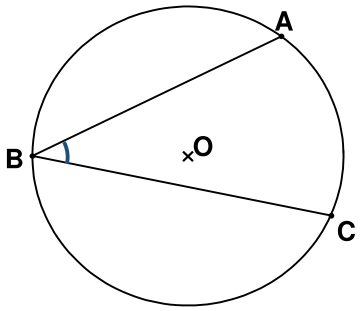
2



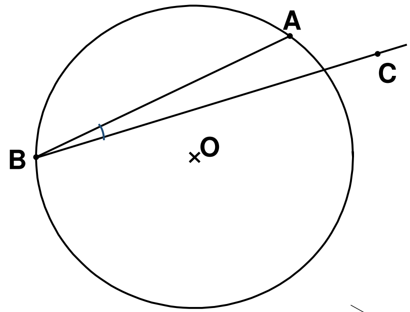
3



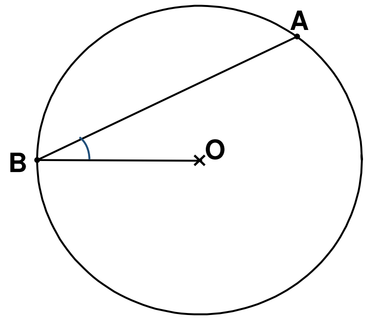
4



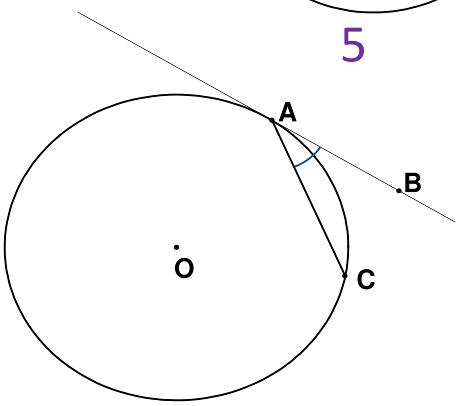
5



6



7



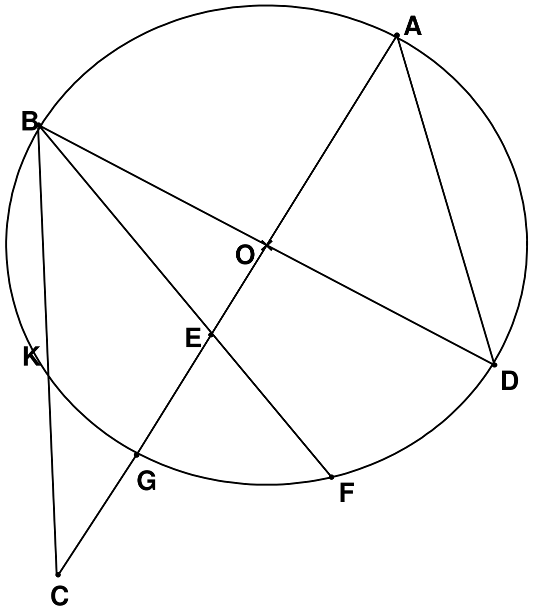
8

ضع علامة × في الخانة المناسبة :

	1	2	3	4	5	6	7	8
زاوية محيطية					×	×	×	×
زاوية مركزية	×	×						
لا محيطية ولامركزية			×	×				

تمرين 2 :

لاحظ الشكل التالي :



ضع علامة × في الخانة المناسبة :

	$O\hat{A}D$	$O\hat{B}C$	$B\hat{C}A$	$A\hat{O}D$	$B\hat{O}C$	$B\hat{E}C$	$F\hat{B}D$	$E\hat{B}D$	$G\hat{E}F$
زاوية محيطية	×	×					×	×	
زاوية مركزية				×	×				
لا محيطية ولامركزية			×			×			×
القـــــــوس	$\overset{\frown}{GD}$	$\overset{\frown}{KD}$		$\overset{\frown}{AD}$	$\overset{\frown}{BG}$		$\overset{\frown}{FD}$	$\overset{\frown}{FD}$	

تمرين 3 :

أكمل الفراغ بما يناسب :

1) قياس الزاوية المحيطية نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .

ثلث – ضعف – نصف – يساوي

2) قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس .

ثلث – ضعف – نصف – يساوي

3) الزاوية المركزية المرسومة على قطر الدائرة تكون مستقيمية .

مستقيمية - منفرجة - حادة - قائمة

4) مجموع زوايا رباعي الأضلاع يساوي $360°$

$200°$ – $100°$ – $180°$ – $360°$

5) المستقيم الذي يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة فقط يسمى مماس .

قطر - شعاع - وتر - مماس

6) القطعة المستقيمية التي طرفاها على الدائرة وتحوي مركزالدائرة تسمى قطر .

قطر - شعاع - وتر - مماس

7) القطعة المستقيمية التي طرفاها نقطتان من الدائرة ولا تحتوي على المركزتسمى وتر .

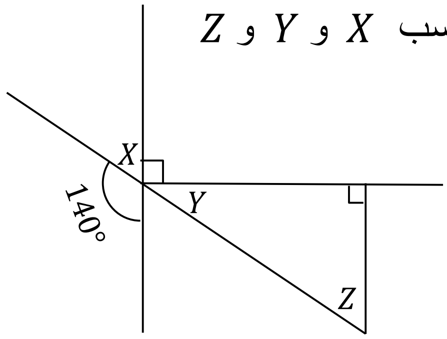
قطر - شعاع - وتر - مماس

سلسلة 2 للزوايا المحيطية والزوايا والمركزية

تمرين 1 :

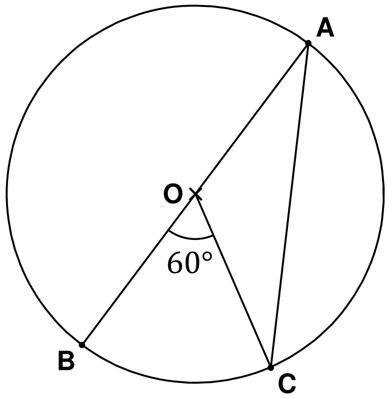
لاحظ الشكل التالي :

أحسب X و Y و Z



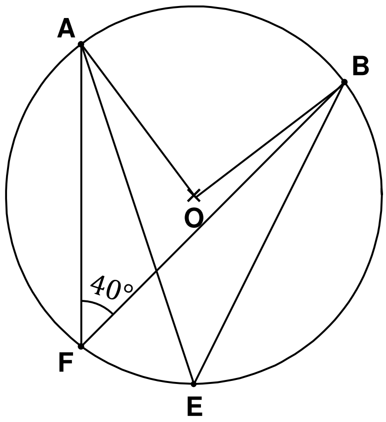
تمرين 2 :

أحسب $B\hat{A}C$ و $B\hat{C}O$ و $C\hat{O}A$



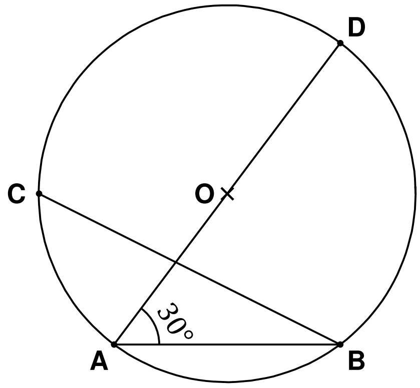
تمرين 3 :

أحسب $A\hat{E}B$ و $A\hat{O}B$



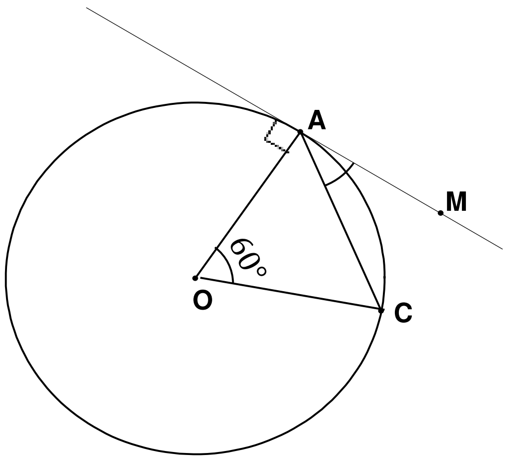
تمرين 4 :

أحسب معللاً جوابك : $B\hat{C}D$ و $D\hat{O}B$ و $A\hat{B}D$



تمرين 5 :

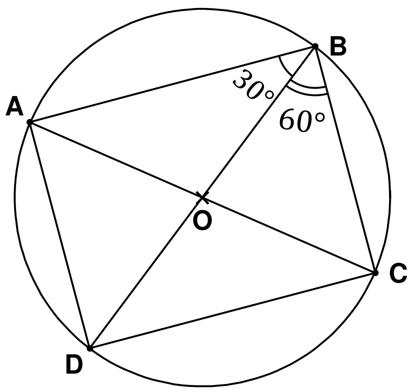
أحسب $O\hat{C}A$ و $C\hat{A}M$



تمرين 6 :

أحسب معللاً جوابك قياس الزوايا :

$A\hat{C}D$ و $C\hat{A}D$ و $A\hat{O}D$ و $A\hat{D}C$



حل سلسلة 2 للزوايا المحيطية والزوايا والمركزية

تمرين 1 :

✓ نحسب X :

لدينا $X + 140° = 180°$

$$X = 180° - 140°$$

$$X = 40°$$

✓ نحسب Y :

نعلم أن زاويتان متقابلتان بنفس الرأس متقاستان .

لدينا $90° + Y + X = 180°$

$$90° + Y + 40° = 180°$$

$$Y = 180° - 130°$$

$$Y = 50°$$

✓ نحسب Z :

نعلم أن مجموع زوايا مثلث يساوي $180°$

لدينا $Z + Y + 90° = 180°$

$$Z + 50° + 90° = 180°$$

$$Z = 180° - 140°$$

$$Z = 40°$$

تمرين 2 :

✓ نحسب $B\hat{A}C$:

لدينا $B\hat{O}C$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية

المحيطية $B\hat{A}C$ إذن $B\hat{A}C = \frac{1}{2} \times B\hat{O}C$

$$B\hat{A}C = \frac{1}{2} \times 60° = \frac{60°}{2} = 30°$$

✓ نحسب $B\hat{C}O$:

لدينا في المثلث OBC : $OB = OC$ شعاع الدائرة

إذن المثلث OBC متساوي الساقين في O

إذن $C\hat{B}O = B\hat{C}O$

ولدينا مجموع زوايا المثلث OBC يساوي $180°$

$$B\hat{O}C + C\hat{B}O + B\hat{C}O = 180°$$

$$60° + 2B\hat{C}O = 180°$$

$$B\hat{C}O = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$$

✓ نحسب $C\hat{O}A$:

لدينا الزاويتان $B\hat{O}C$ و $C\hat{O}A$ متحاذيتان إذن

$$B\hat{O}C + C\hat{O}A = 180°$$

$$60° + C\hat{O}A = 180°$$

$$C\hat{O}A = 180° - 60° = 120°$$

تمرين 3 :

✓ نحسب $A\hat{E}B$:

لدينا الزاويتان $A\hat{E}B$ و $A\hat{F}B$ محيطيتان وتحصران

نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ إذن $A\hat{E}B = A\hat{F}B$

$$A\hat{E}B = 40°$$

✓ نحسب $A\hat{O}B$:

لدينا $A\hat{O}B$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية

المحيطية $A\hat{F}B$ إذن $A\hat{O}B = 2 \times A\hat{F}B$

$$A\hat{O}B = 2 \times 40° = 80°$$

تمرين 4 :

✓ نحسب $B\hat{C}D$:

لدينا الزاويتان $B\hat{C}D$ و $B\hat{A}D$ محيطيتان وتحصران

نفس القوس $\overset{\frown}{BD}$ إذن $B\hat{C}D = B\hat{A}D$

$$B\hat{C}D = 30°$$

✓ نحسب $D\hat{O}B$:

لدينا $D\hat{O}B$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية

المحيطية $B\hat{A}D$ إذن $D\hat{O}B = 2 \times B\hat{A}D$

$$D\hat{O}B = 2 \times 30° = 60°$$

✓ نحسب $A\hat{B}D$:

بما أن $[AD]$ قطر للدائرة التي مركزها O و B نقطة

من هذه الدائرة إذن المثلث ABD قائم الزاوية ومنه

$$A\hat{B}D = 90°$$

تمرين 5 :

✓ نحسب $O\hat{C}A$:

لدينا في المثلث OAC : $OA = OC$ إذن المثلث

متساوي الساقين في O إذن $O\hat{A}C = O\hat{C}A$

إذن $A\hat{O}B + O\hat{A}C + O\hat{C}A = 180°$

$$60° + 2O\hat{C}A = 180°$$

$$O\hat{C}A = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$$

✓ نحسب $C\hat{A}M$:

طريقة 1 :

لدينا الدائرة تمر من النقطتين A و C ومماسة للمستقيم (AM) إذن $C\hat{A}M$ زاوية محيطية وتحصر القوس $\widehat{AC}$.

ولدينا $A\hat{O}C$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $C\hat{A}M$ إذن $C\hat{A}M = \frac{1}{2} \times A\hat{O}C$

$$C\hat{A}M = \frac{1}{2} \times 60° = \frac{60°}{2} = 30°$$

طريقة 2 :

لدينا المستقيم (AM) مماس للدائرة التي مركزها O

إذن $O\hat{A}M = 90°$

$$O\hat{A}C + C\hat{A}M = 90°$$

$$60° + C\hat{A}M = 90°$$

$$C\hat{A}M = 30°$$

تمرين 6 :

✓ نحسب $A\hat{C}D$:

لدينا الزاويتان $A\hat{B}D$ و $A\hat{C}D$ محيطيتان وتحصران نفس القوس $\widehat{AD}$ إذن $A\hat{C}D = A\hat{B}D$

$$A\hat{C}D = 30°$$

✓ نحسب $C\hat{A}D$:

لدينا الزاويتان $C\hat{B}D$ و $C\hat{A}D$ محيطيتان وتحصران نفس القوس $\widehat{CD}$ إذن $C\hat{A}D = C\hat{B}D$

$$C\hat{A}D = 60°$$

✓ نحسب $A\hat{O}D$:

لدينا $A\hat{O}D$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $A\hat{B}D$ إذن $A\hat{O}D = 2 \times A\hat{B}D$

$$A\hat{O}D = 2 \times 30° = 60°$$

✓ نحسب $A\hat{D}C$:

بما أن $[AC]$ قطر للدائرة التي مركزها O و D نقطة من هذه الدائرة إذن المثلث ADC قائم الزاوية في D ومنه $A\hat{D}C = 90°$

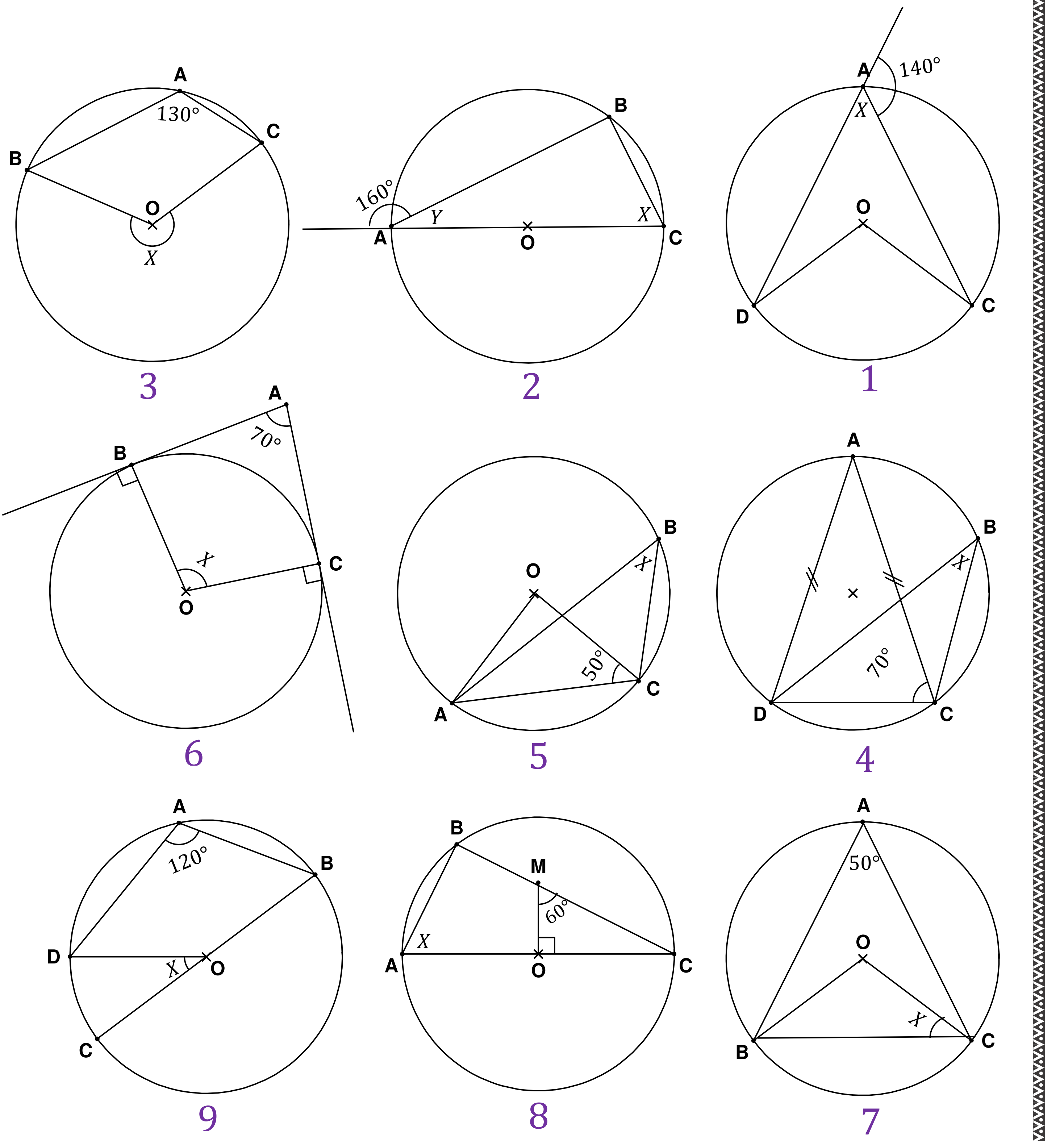
❖ ملاحظـــات مهمة :

- مجموع زوايا مثلث يساوي $180°$
- زاويتان متقابلاتان بنفس الرأس تكونان متقايستين .
- الزاوية المليئة للدائرة تساوي $360°$
- زاوية محيطية رأسها يوجد على محيط الدائرة .
- زاوية مركزية رأسها يوجد في مركز الدائرة .
- في المثلث المتساوي الأضلاع تكون جميع الزوايا متقايسة وكل زاوية تساوي $60°$
- في المثلث المتساوي الساقين تكون دائما لدينا زاويتان متقايستان .
- إذا كانت زاوية مستقيمية مثلا $B\hat{O}C = 180°$ فإن النقط C و O و B مستقيمية .
- إذا كانت دائرة محيطة بالمثلث ABC و $[BC]$ قطر لهذه الدائرة فإن المثلث ABC قائم الزاوية .

سلسلة 3 للزوايا المحيطية والزوايا المركزية

أوجد قيمة الزاوية X في كل شكل من الأشكال التالية :

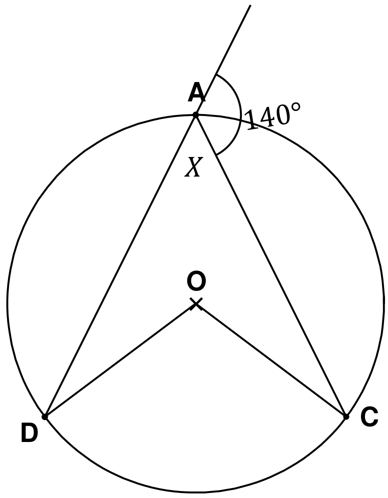
الشكـــل	1	2	3	4	5	6	7	8	9
قيمة X									



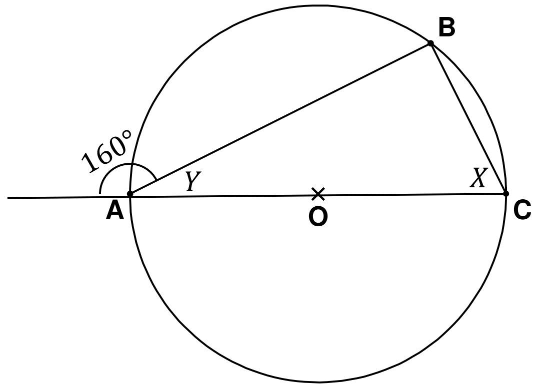
حل سلسلة 3 للزوايا المحيطية والزوايا المركزية

أوجد قيمة الزاوية X في كل شكل من الأشكال التالية :

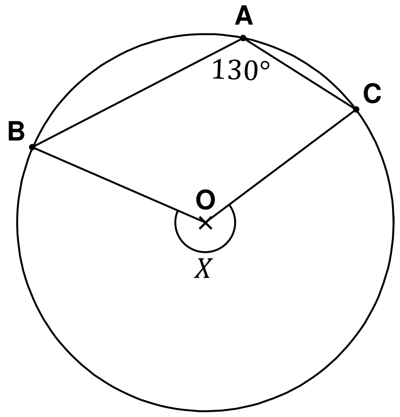
الشكـــل	1	2	3	4	5	6	7	8	9
قيمة X	40°	70°	260°	40°	40°	110°	40°	60°	60°



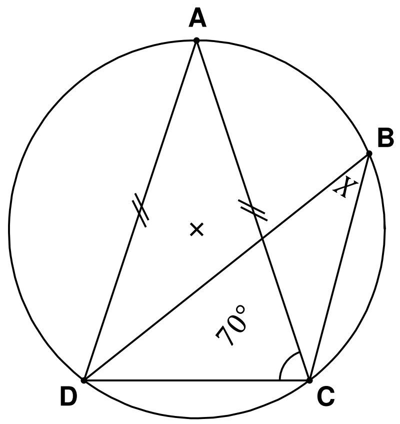
1



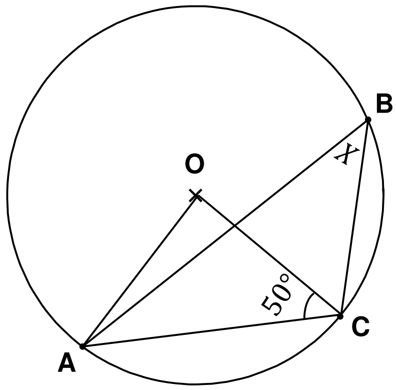
2



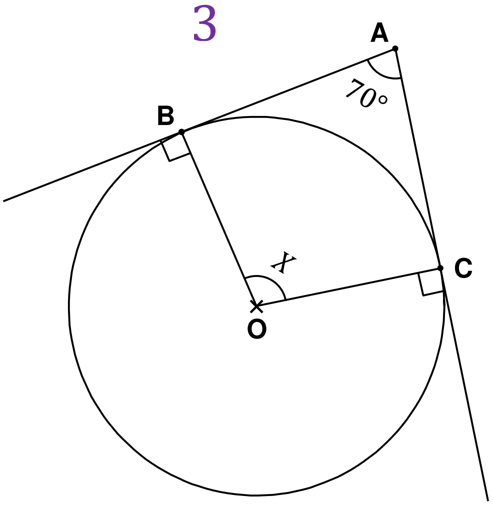
3



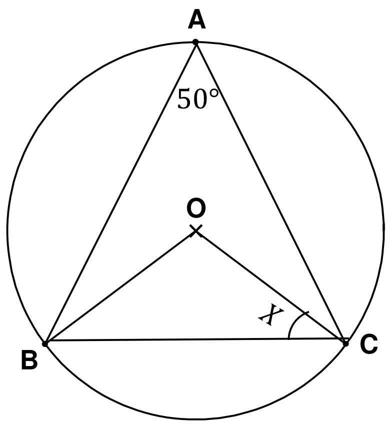
4



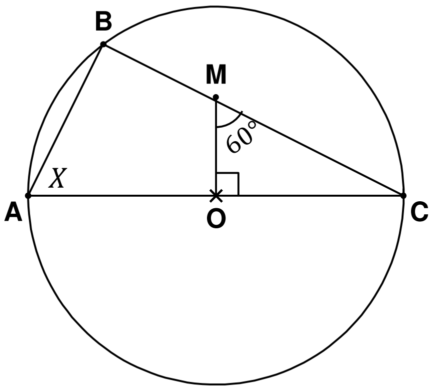
5



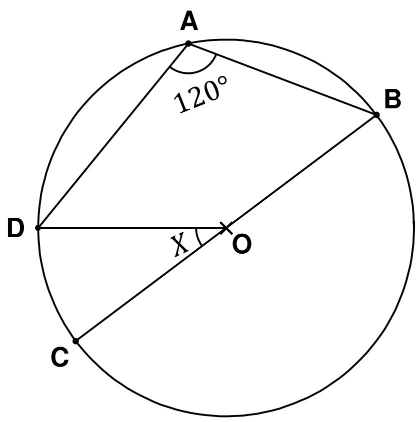
6



7



8



9

الشكل 1 :

$$X + 140° = 180°$$

$$X = 180° - 140° = 40°$$

الشكل 2 :

لدينا $160° + Y = 180°$

$$Y = 180° - 160° = 20°$$

$$20° + 90° + X = 180°$$

$$X = 180° - 110° = 70°$$

الشكل 3 :

لدينا الزاوية المركزية المنفرجة $B\breve{O}C$ مرتبطة بالزاوية المحيطية $B\hat{A}C$ إذن $B\breve{O}C = 2 \times B\hat{A}C$

$$X = 2 \times 130° = 260°$$

الشكل 4 :

المثلث ADC متساوي الساقين في A

إذن $A\hat{C}D = A\hat{D}C = 70°$

$$A\hat{D}C + A\hat{C}D + C\hat{A}D = 180°$$

$$70° + 70° + C\hat{A}D = 180°$$

$$C\hat{A}D = 180° - 140° = 40°$$

$$C\hat{A}D = 40°$$

ولدينا الزاويتان $C\hat{B}D$ و $C\hat{A}D$ محيطيتان وتحصران نفس القوس $\overset{\frown}{CD}$

إذن $C\hat{B}D = C\hat{A}D = 40°$

إذن $X = 40°$

الشكل 5 :

لدينا المثلث OAC متساوي الساقين في O

إذن $O\hat{C}A = O\hat{A}C = 50°$

$$O\hat{A}C + O\hat{C}A + A\hat{O}C = 180°$$

$$50° + 50° + A\hat{O}C = 180°$$

$$A\hat{O}C = 180° - 100°$$

$$A\hat{O}C = 80°$$

ولدينا $A\hat{O}C$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $A\hat{B}C$ إذن $A\hat{B}C = \frac{1}{2} \times A\hat{O}C$

$$X = \frac{1}{2} \times 80° = \frac{80°}{2}$$

$$X = 40°$$

الشكل 6 :

لدينا المستقيمان (AC) و (AB) مماسين للدائرة في النقطتين C و B على التوالي

إذن $O\hat{C}A = 90°$ و $O\hat{B}A = 90°$

ونعلم أن مجموع زوايا رباعي هي $360°$

إذن $90° + 90° + 70° + X = 360°$

$$X = 360° - 250°$$

$$X = 110°$$

الشكل 7 :

لدينا الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ مرتبطة بالزاوية المحيطية $B\hat{A}C$ إذن $B\hat{O}C = 2 \times B\hat{A}C$

$$B\hat{O}C = 2 \times 50° = 100°$$

ولدينا في المثلث OBC المتساوي الساقين في O

$$O\hat{B}C = O\hat{C}B = X$$

إذن $O\hat{B}C + O\hat{C}B + B\hat{O}C = 180°$

$$X + X + 100° = 180°$$

$$2X = 180° - 100°$$

$$X = \frac{80°}{2}$$

$$X = 40°$$

الشكل 8 :

لدينا في المثلث OMC القائم الزاوية في O

$$90° + 60° + O\hat{C}M = 180°$$

$$O\hat{C}M = 180° - 150°$$

$$O\hat{C}M = 30°$$

ولدينا $[AC]$ قطر للدائرة التي مركزها O و B

نقطة من الدائرة إذن المثلث ABC قائم الزاوية في B

$$A\hat{B}C + X + A\hat{C}B = 180°$$

$$90° + X + 30° = 180°$$

$$X = 180° - 120°$$

$$X = 60°$$

الشكل 9 :

لدينا الزاوية المركزية $D\breve{O}B$ مرتبطة بالزاوية المحيطية $B\hat{A}D$

إذن $D\breve{O}B = 2 \times B\hat{A}D$

$$D\breve{O}B = 2 \times 120° = 240°$$

ونعلم أن الزاوية المليئة للدائرة تساوي $360°$

إذن $D\breve{O}B + D\hat{O}B = 360°$

$$240° + D\hat{O}B = 360°$$

$$D\hat{O}B = 360° - 240°$$

$$D\hat{O}B = 120°$$

ونعلم أن الزاوية المستقيمية تساوي $180°$

إذن $X + D\hat{O}B = 180°$

$$X + 120° = 180°$$

$$X = 180° - 120°$$

$$X = 60°$$