معـــــــــادلة مستقيم

نشاط تمهيدي

نعتبر الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x)=2x-1$ و (D) تمثيلها في معلم متعامد ممنظم (O,I,J)

1 – هل النقط $A(0;-1)$ و $B(-1;-3)$ تنتمي إلى (D).

2– أنشئ التمثيل المبياني (D) للدالة f في المعلم (O,I,J) .

3 – لتكن $M(x;y)$ نقطة من المستقيم (D) حيث M تخالف A و B .

أ – بين أن $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

ب– استنتج أن $y=2x-1$.

I. المعادلة المختصرة لمستقيم

تعريف1

ليكن (O,I,J) معلما متعامدا ممنظما .

المعادلة المختصرة لمستقيم (D) لا يوازي محور الأراتيب تكتب على شكل $y=mx+p$

العدد m يسمى المعامل الموجه أو ميل المستقيم (D).

العدد p يسمى الأرتوب عند الأصل.

1 ـ إنشاء مستقيم معرف بمعادلته المختصرة .

نعتبر المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y=3x+1$

لإنشاء المستقيم (D) في معلم متعامد ممنظم (O,I,J) يكفي تحديد نقطتين مختلفتين منه.

نأخذ $x=0$ نحصل على $y=1$

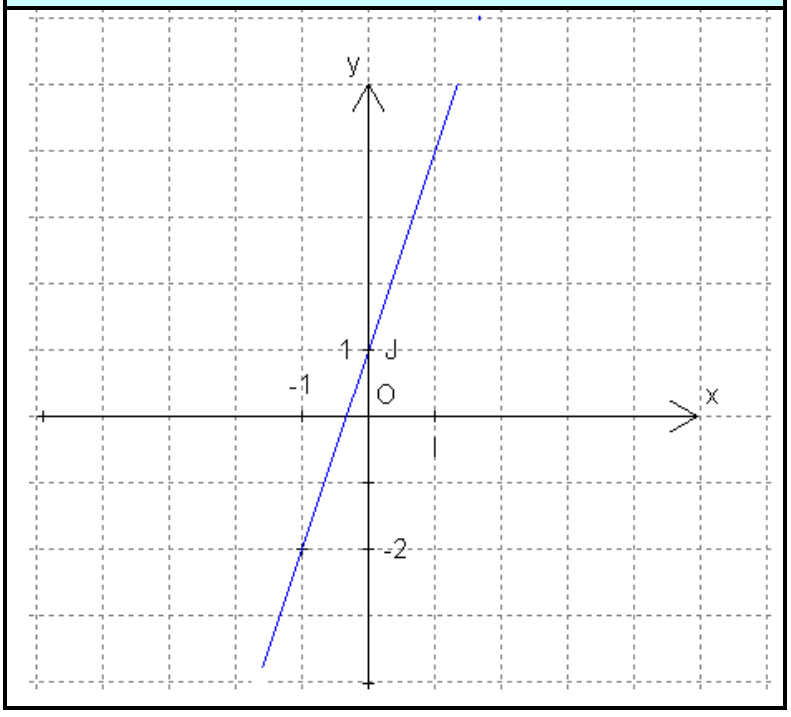
نأخذ $x=-1$ نحصل على $y=-2$

x	0	–1
y	1	–2

النقطتين $M(0,1)$ و $N(-1,-2)$

(D)

(D) : $y=3x+1$



ملاحظة

(D) مستقيم معرف بالمعادلة $y = mx + p$ و $A(x_A; y_A)$ نقطة من المستوى.

$A \in (D)$ يعني $y_A = mx_A + p$

تطبيق 1

نعتبر المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y = 3x - 8$.

1 – هل النقطة $A(2,0)$ تنتمي إلى المستقيم (D) .

2 – علما أن النقطة $M(2a,a)$ تنتمي إلى المستقيم (D)، حدد العدد الحقيقي a .

الحل

1 – هل النقطة $A(2,0)$ تنتمي إلى المستقيم (D) .

لدينا $3x_A - 8 = 3 \times 2 - 8 = 6 - 8 = -2$

بما أن $y_A = 0$ فإن $y_A \neq 3x_A - 8$

ومنه النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D)

. لنحدد قيمة العدد الحقيقي a

لدينا $M(2a;a) \in (D)$

يكافئ	$y_M = 3x_M - 8$
يكافئ	$a = 3 \times 2a - 8$
يكافئ	$a = 6a - 8$
يكافئ	$8 = 6a - a$
يكافئ	$5a = 8$
يكافئ	$a = \frac{8}{5}$

2 ـ تحديد المعادلة المختصرة لمستقيم يمر من نقطتين مختلفتين .

خاصية 1

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتين مختلفتين من المستقيم الذي معادلته $y = mx + p$

فإن $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ مع $x_B \neq x_A$.

تطبيق 2

حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) المار من النقطتين $A(0;-1)$ و $B(3;5)$

. لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

نعلم أن المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

تكتب على شكل $y = mx + p$

1 – لنحدد المعامل الموجه m

نعلم أن $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

(لأن $A \in (D)$ و $B \in (D)$)

ت . ع $m = \frac{5 - (-1)}{3 - 0} = \frac{6}{3} = 2$

2 – لنحدد الأرتوب عند الأصل p

لدينا $A \in (D)$

يكافئ	$y_A = mx_A + p$
ت . ع	$-1 = 2 \times 0 + p$
يكافئ	$p = -1$

ومنه المعادلة المختصرة للمستقيم (D) هي

$y = 2x - 1$

II. تعامد و توازي مستقيمين

1 ـ شرط توازي مستقيمين.

خاصية 2

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث $(D): y=mx+p$ و $(\Delta): y=m'x+p'$

$(D)//(\Delta)$ إذا وفقط إذا كان $m=m'$

تطبيق 3

1- ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث $(D): y=(\beta+1)x+3$ و $(\Delta): y=(2\beta+4)x+15$

علما أن $(D)//(\Delta)$. بين أن $\beta=-3$

الحل

1 . لنحدد العدد الحقيقي β

لدينا $(D)//(\Delta)$

يكافئ للمستقيمين (D) و (Δ) نفس الميل

يكافئ $\beta+1=2\beta+4$

يكافئ $2\beta-\beta=1-4$

يكافئ $\beta=-3$

2 – المعادلة المختصرة للمستقيم (D')

نعلم أن المعادلة المختصرة للمستقيم (D')

تكتب على شكل $y=mx+p$

. تحديد المعامل m

لدينا $(D)//(\Delta)$

إذن $m=\beta+1=-3+1=-2$

. تحديد الأرتوب عند الأصل p

لدينا $A\in(D')$ يكافئ $y_A=mx_A+p$

تطبيق عددي $-2=-2\times1+p$

يكافئ $-2=-2+p$

يكافئ $p=2-2=0$

ومنه المعادلة المختصرة ل (D') هي $y=-2x$

2 ـ شرط تعامد مستقيمين.

خاصية 3

ليكن (O,I,J) معلما متعامدا ممنظما . (D) و (Δ) مستقيمان بحيث :

$(D): y=mx+p$ و $(\Delta): y=m'x+p'$

$(D)\perp(\Delta)$ إذا وفقط إذا كان $m\times m'=-1$

تطبيق 4

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O,I,J)، (D) المستقيم المعرف بالمعادلة :

$y=-4x+3$.

1 – حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من النقطة $A(0;-1)$ و العمودي على المستقيم (D).

2 – نعتبر المستقيم (D') المعرف بالمعادلة $x-4y-1=0$ ، بين أن $(D')\perp(D)$

الحل

1- نعلم أن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) تكتب على شكل $y = mx + p$

– لنحدد المعامل الموجه m

لدينا $(\Delta) \perp (D)$ بحيث $y = -4x + 3$

(D) :

يكافئ $4 \times m = -1$

يكافئ $m = -\frac{1}{4}$

– لنحدد الأرتوب عند الأصل p

لدينا $A \in (\Delta)$

يكافئ $y_A = mx_A + p$

ت . ع $-1 = -\frac{1}{4} \times 0 + p$

$p = -1$

ومنه المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي:

$y = -\frac{1}{4}x - 1$

2 – لنبين أن $(D') \perp (D)$

لدينا المستقيم (D') المعرف بالمعادلة:

$x - 4y - 1 = 0$

المعادلة تكافئ $-4y = -x + 1$

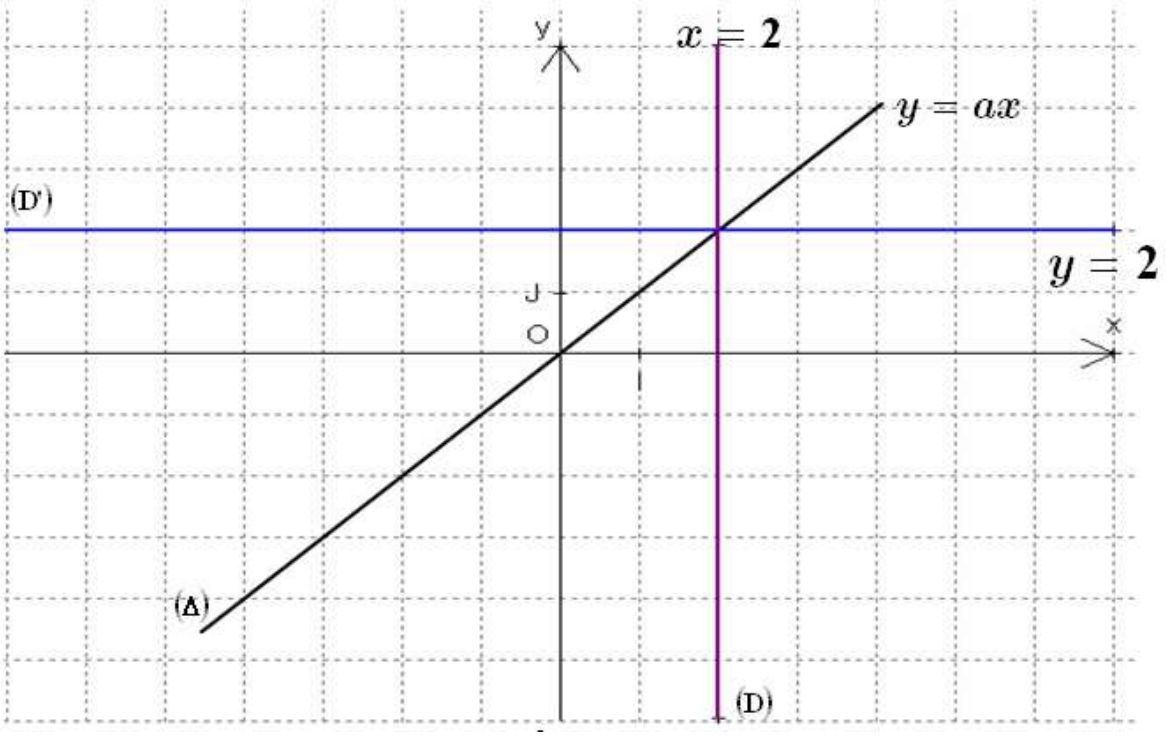
تكافئ $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

ومنه ميل المستقيم (D') هو $\frac{1}{4}$.

و بما أن $\frac{1}{4} \times (-4) = -1$

فإن $(D') \perp (D)$

III. حـــالات خـــــاصـــــة .



- معادلة محور الأفاصيل هي : $y = 0$
- معادلة محور الأراتيب هي : $x = 0$
- معادلة المستقيم (Δ) المار من أصل المعلم تكتب على شكل $y = ax$
- معادلة المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل و المار من النقطة $M(a;b)$ هي $y = b$
- معادلة المستقيم الموازي لمحور الأراتيب و المار من النقطة $M(a;b)$ هي $x = a$