مادة الرياضيات 3AC

معادلــة مستقيــم

أهم فقرات الدرس

I _ المعادلة المختصرة لمستقيم غير مواز لمحور الأراتيب :

1) – تعريف :

مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق المتساوية : $y = mx + p$ هي مستقيم .
المتساوية $y = mx + p$ تسمى المعادلة المختصرة لمستقيـم .
العدد m يسمى الميل أو المعامل الموجه .
العدد p يسمى الأرتوب عند الأصـل .

2) – مثال 1 : معادلة مستقيم غير مواز لمحور الأراتيب :

نعتبر (D) مستقيم معادلته المختصرة هي : $(D): y = \frac{-1}{2}x + 5$.

ميل المستقيم (D) هو العدد $\frac{-1}{2}$.
الأرتوب عند الأصـل هو العدد 5 .

3) – مثال 2 : إنشاء مستقيم معرف بمعادلته :

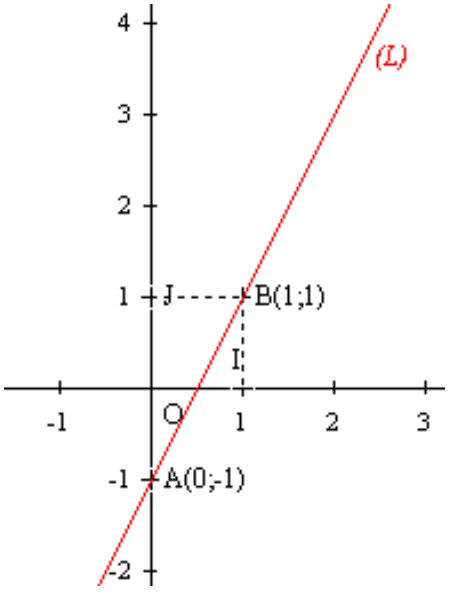
نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لننشئ المستقيم (L) الذي معادلته المختصرة هي : $(L): y = 2x - 1$.

لدينا :

x	0	1
y	-1	1
$M(x;y)$	$A(0;-1)$	$B(1;1)$

إذن :



4) – ميل مستقيم معرف بنقطتين مختلفتين:

إذا كانت $A\left(x_A;y_A\right)$ و $B\left(x_B;y_B\right)$ نقطتين مختلفتين بحيث $x_A \neq x_B$

فإن ميل المستقيم (AB) هو العدد : $\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$.

* / ملاحظة هامة : كل نقطة M إحداثيتاها تحققان معادلة مستقيم (D) تنتمي إلى هذا المستقيم .

* / تطبيـقات :

1) – تحديد المعادلة المختصرة لمستقيم معرف بنقطتين :

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) بحيث : $A(1;-2)$ و $B(-2;3)$.

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) على شكـل : $(AB): y=mx+p$.

لنحدد m :

لدينا : $m=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{-2-3}{1+2}=\dfrac{-5}{3}$

إذن : $(AB): y=\dfrac{-5}{3}x+p$.

لنحدد p :

بما أن النقطة $A(1;-2)$ تنتمي إلى المستقيم (AB) فإن :

$$-2=\frac{-5}{3}\times 1+p$$
$$-2=\frac{-5}{3}+p$$
$$p=-2+\frac{5}{3}$$
$$p=\frac{-6+5}{3}$$
$$p=\frac{-1}{3}$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $(AB): y=\dfrac{-5}{3}x-\dfrac{1}{3}$

2) – تحديد المعادلة المختصرة لمستقيم معرف بميله و بنقطة يمر منها :

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) ميله 3 و يمر من النقطة $E(2;-1)$.

لدينا معادلة المستقيم (Δ) على شكل : $(\Delta): y = 3x + p$.

لنحدد p :

بما أن النقطة $E(2;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإن :

$$\begin{aligned} -1 &= 3\times 2 + p \\ -1 &= 6 + p \\ p &= -1 - 6 \\ p &= -7 \end{aligned}$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $(\Delta): y = 3x - 7$

3) – شرط استقامية نقط :

A و B و C نقط مستقيمية يعني أنها تنتمي إلى نفس المستقيك الذي معادلته المختصرة هي :

$$y = mx + p$$

و منه فإن :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \quad \text{و} \quad m = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C}$$

و بالتالي فإن : $\dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dfrac{y_B - y_C}{x_B - x_C}$

* / مثال :

لنبين أن النقط $A(1;-2)$ و $B(-2;3)$ و $C\left(0;\frac{-1}{3}\right)$ مستقيمية :

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-2-3}{1+2} = \frac{-5}{3}$$

لدينا :

$$\frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{3+\frac{1}{3}}{-2-0} = \frac{\frac{10}{3}}{-2} = \frac{10}{3}\frac{}{}\frac{-1}{2} = \frac{-5}{3}$$

إذن : $\dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dfrac{y_B - y_C}{x_B - x_C}$

وبالتالي نقول أن النقط $A(1;-2)$ و $B(-2;3)$ و $C\left(0;\frac{-1}{3}\right)$ مستقيمية .

5) – حالات خـاصة :

معادلة مستقيم (D) مار بنقطة معلومة A و يوازي محور الأفاصيل هي : $y = y_A$.
-- جميع النقط التي تنتمي إلى المستقيم (D) لها نفس الأرتوب y_A .
معادلة مستقيم (Δ) مار بنقطة معلومو A و يوازي محور الأراتيب هي : $x = x_A$.
-- جميع النقط التي تنتمي إلى المستقيم (Δ) لها نفس الأفصول x_A

II _ التوازي والتعامـد :

1) – تـوازي مستقيمين :

-- إذا كان مستقيمان متوازيين فإن لهما نفس الميل .
-- إذا كان لمستقيمين نفس الميل فإنهما يكونان متوازيين .

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر المستقيم (D) معادلته المختصرة هي :

$$(D): y = 2x - 1$$

لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(-1;2)$ و الموازي للمستقيم (D).

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $(\Delta): y = mx + p$.

بما أن $(D) // (\Delta)$ فإن : $m = 2$.

إذن : $(\Delta): y = 2x + p$.

و بما أن $A \in (\Delta)$ فإن :

$$2 = 2 \times (-1) + p$$
$$2 = -2 + p$$
$$p = 2 + 2$$
$$p = 4$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $(\Delta): y = 2x + 4$

2) – تعامـد مستقيمين :

-- إذا كان مستقيمان متعامدين فإن جداء ميليهما يساوي -1 .
-- إذا كان جداء ميلي مستقيمين يساوي -1 فإنهما يكونان متعامدين .

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر المستقيم (D) معادلته المختصرة هي :

$$(D): y = 2x - 1$$

لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(-1;2)$ و الموازي للمستقيم (D).

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $(\Delta): y = mx + p$.

بما أن $(D) \perp (\Delta)$ فإن :

$$m \times 2 = -1$$

$$m = \frac{-1}{2}$$

إذن : $(\Delta): y = \frac{-1}{2}x + p$.

و بما أن $A \in (\Delta)$ فإن :

$$2 = \frac{-1}{2} \times (-1) + p$$

$$2 = \frac{1}{2} + p$$

$$p = 2 - \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{3}{2}$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $(\Delta): y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{2}$