المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰ ⵓⴽⵍⵉ ⴰⵣⵣⴰⵢ

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

حلول التمارين

معادلة مستقيم

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

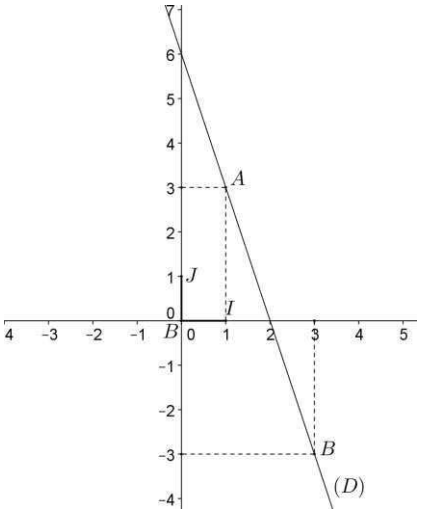
تمرين ① :

1) – الشكل :

لتكن $A(1;y_A)$ و $B(3;y_B)$ نقطتين من المستقيم (D).

إذن : $\left.\begin{matrix} y_A=-3x_A+6 \\ y_B=-3x_B+6 \end{matrix}\right\}$ و يعني أن : $\left.\begin{matrix} y_A=-3\times 1+6 \\ y_B=-3\times 3+6 \end{matrix}\right\}$ و

أي : $\left.\begin{matrix} y_A=3 \\ y_B=-3 \end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $\left.\begin{matrix} A(1;3) \\ B(3;-3) \end{matrix}\right\}$ و



2) – لنتحقق من أن النقطة $E(-1;9)$ تنتمي إلى المستقيم (D).

لدينا : $-3x_E+6=-3\times(-1)+6=3+6=9$

و بما أن : $y_E=9$ فإن : $y_E=-3x_E+6$

و بالتالي فإن : $\boxed{E(-1;9)\in(D)}$.

3) – لنحدد a لكي تكون $F(a;-1)\in(D)$.

لدينا : $F(a;-1)\in(D)$ يعني أن : $y_F=-3x_F+6$ ، أي : $-1=-3\times a+6$

و منه فإن :

$3a=6+1$

$3a=7$

$a=\frac{7}{3}$

إذن : $\boxed{a=\frac{7}{3}}$.

تمرين ② :

1) – الشكل :

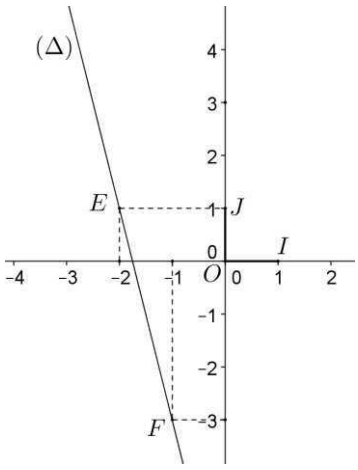
لتكن $F(-1;y_F)$ نقطة من (Δ).

لدينا : ميل (Δ) هو -4 يعني أن : $\frac{y_E-y_F}{x_E-x_F}=-4$.

و منه فإن : $\frac{1-y_F}{-2+1}=-4$ يعني أن : $1-y_F=4$

و منه : $y_F=-4+1$ ، أي : $y_F=-3$

إذن : $F(-1;-3)$



2) – لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ).

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) على شكل : $y=-4x+p$: (Δ).

*/ لنحدد p :

لدينا : (Δ) يمر من النقطة $E(-2;1)$ يعني أن : $y_E=-4x_E+p$

أي : $1=-4\times(-2)+p$ و منه فإن : $1=8+p$.

إذن $p=1-8$ أي : $p=-7$

و بالتالي فإن ماالمعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $\boxed{(\Delta) : y=-4x-7}$

❀ تمرين ③ :

1) – لنحدد معادلة مختصرة للمستقيم (AC).

لدينا : المعادلة المختصرة لمستقيم (AC) على شكل : $y=mx+p$: (AC).

*/ لنحدد m :

لدينا : $m=\dfrac{y_A-y_C}{x_A-x_C}=\dfrac{3-5}{2-1}=-2$

إذن : $(AC) : y=-2x+p$.

*/ لنحدد p :

لدينا $A(2;3)\in(AC)$ يعني أن : $y_A=-2x_A+p$ ، أي : $3=-2\times2+p$

و منه فإن :

$$3=-4+p$$
$$3+4=p$$
$$7=p$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (AC) هي : $\boxed{(AC) : y=-2x+7}$.

2) – لنبين أن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $(AB) : y=\dfrac{5}{3}x-\dfrac{1}{3}$.

لدينا : المعادلة المختصرة لمستقيم (AB) على شكل : $y=mx+p$: (AB).

*/ لنحدد m :

لدينا : $m=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{3+2}{2+1}=\dfrac{5}{3}$

إذن : $(AB) : y=\dfrac{5}{3}x+p$

*/ لنحدد p :

لدينا : $A(2;3)\in(AB)$ يعني أن : $y_A=\dfrac{5}{3}x_A+p$ ، أي : $3=\dfrac{5}{3}\times2+p$ و منه فإن : $3=\dfrac{10}{3}+p$

إذن : $p=\dfrac{9}{3}-\dfrac{10}{3}$ ، أي : $p=\dfrac{-1}{3}$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $(AB) : y=\dfrac{5}{3}x-\dfrac{1}{3}$.

3) – لنبين أن النقط A و B و E مستقيمية .

لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{5}{3}x_E-\frac{1}{3}&=\frac{5}{3}\times 1-\frac{1}{3}\\&=\frac{5}{3}-\frac{1}{3}\\&=\frac{4}{3}\end{aligned}$$

و بما أن : $y_E=\frac{4}{3}$ فإن : $y_E=\frac{5}{3}x_E-\frac{1}{3}$ و منه فإن : $E\in(AB)$

و بالتالي فإن : النقط A و B و E مستقيمية .

4) – لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) المار من $M(-2;2)$ و العمودي على المستقيم (AB).

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (D) على شكل : $y=mx+p$: (D).

*/ لنحدد m :

لدينا : $(D)\perp(AB)$ يعني أن : $m\times m_{(AB)}=-1$ ، أي : $m\times\frac{5}{3}=-1$

و منه فإن : $m=-\frac{3}{5}$.

إذن : $y=\frac{-3}{5}x+p$: (D).

*/ لنحدد p :

لدينا : $M(-2;2)\in(D)$ يعني أن : $y_M=\frac{-3}{5}x_M+p$ ، أي : $2=\frac{-3}{5}\times(-2)+p$ و منه فإن : $2=\frac{6}{5}+p$

إذن : $p=\frac{10}{5}-\frac{6}{5}$ ، أي : $p=\frac{4}{5}$

و بالتالي فإن : $\boxed{(D)\ :\ y=\frac{-3}{5}x+\frac{4}{5}}$

5) – لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من $N(1;1)$ و الموازي للمستقيم (AC).

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) على شكل : $y=mx+p$: (Δ).

*/ لنحدد m :

لدينا : $(AC)\ //\ (\Delta)$ يعني أن : $m=m_{(AC)}$.

و بما أن : $m_{(AC)}=-2$ فإن : $m=-2$

إذن : $y=-2x+p$: (Δ).

*/ لنحدد p :

لدينا : $N(1;1)\in(\Delta)$ يعني أن : $y_N=-2x_N+p$ ، أي : $1=-2\times 1+p$ و منه فإن ك $p-2=1$

إذن : $p=1+2$ ، أي : $p=3$

و بالتالي فإن : $\boxed{(\Delta)\ :\ y=-2x+3}$

6) – لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (L) واسط القطعة $[BC]$.

(L) واسط $[BC]$ يعني أن : $(L)\perp(BC)$ و أن (L) يمر من منتصف $[BC]$.

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (L) على شكل : $y=mx+p$: (L).

*/ لنحدد m :

لدينا : $(L)\perp(BC)$ يعني أن : $m\times m_{(BC)}=-1$ أي :

$$m\times\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=-1$$
$$m\times\frac{-2-1}{1+1}=-1$$
$$m\times\frac{-3}{2}=-1$$
$$m=\frac{-1}{\frac{-3}{2}}$$
$$m=\frac{2}{3}$$

إذن : $y=\frac{2}{3}x+p$: (L).

*/ لنحدد p :

لتكن K منتصف $[BC]$. إذن : $K\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ ، أي : $K\left(\frac{-1+1}{2};\frac{-2+5}{2}\right)$

إذن : $K\left(0;\frac{3}{2}\right)$

$K\in(L)$ يعني أن : $y_K=\frac{2}{3}x_K+p$ ، أي : $0=\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}+p$

$$-1=p$$

و بالتالي فإن : $\boxed{(L):y=\frac{2}{3}x-1}$.

تمرين ④ :

1) –أ) -- لنثبت أن : $(AB)\perp(CD)$.

لدينا : $m_{(AB)}\times m_{(CD)}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}\times\frac{y_C-y_D}{x_C-x_D}$

$$=\frac{3+1}{3-7}\times\frac{4+2}{8-2}$$
$$=\frac{4}{-4}\times\frac{6}{6}$$
$$=-1\times1$$
$$=-1$$

و بالتالي فإن : $(AB)\perp(CD)$.

ب) -- لنثبت أن : $(AC)\ //\ (BD)$.

لدينا :

$$m_{(AC)}=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C} \quad \text{و} \quad m_{(BD)}=\frac{y_B-y_B}{x_B-x_D}$$
$$=\frac{3-4}{3-8} \qquad\qquad =\frac{-1+2}{7-2}$$
$$=\frac{-1}{-5}=\frac{1}{5} \qquad\qquad =\frac{1}{5}$$

إذن : $m_{(AC)}=m_{(BD)}$ و بالتالي فإن : $(AC)\ //\ (BD)$.

2) -أ) -- لنحدد a :

لدينا : $(AE)\ //\ (BC)$ يعني أن : $m_{(AE)}=m_{(BC)}$ و منه فإن : $\frac{y_A-y_E}{x_A-x_E}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}$

أي : $\frac{3-8}{3-a}=\frac{-1-4}{7-8}$ و منه فإن : $\frac{-5}{3-a}=\frac{-5}{-1}$ يعني أن : $-5(3-a)=5$

$-15+5a=5$

$5a=5+15$

$a=\frac{20}{5}$

$a=4$

إذن : $\boxed{a=4}$.

ب) -- لنحدد b.

لدينا : $(AF)\perp(BC)$ يعني أن : $m_{(AF)}\times m_{(BC)}=-1$ و منه فإن : $\frac{y_A-y_F}{x_A-x_F}\times\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=-1$

أي : $\frac{3-b}{3-8}\times\frac{-5}{-1}=-1$ و منه فإن : $\frac{3-b}{-5}\times\frac{5}{1}=-1$ أي : $\frac{5(3-b)}{-5}=-1$ يعني أن : $15-5b=5$

$-5b=5-15$

$-5b=-10$

$b=\frac{-10}{-5}$

$b=2$

إذن : $\boxed{b=2}$.

❀ تمرين ⑤ :

1) -لنحدد إحداثيتي E .

لدينا : E تقاطع (D) و محور الأفاصيل يعني أن : $\left.\begin{matrix}E\in(D)\\E\in(OI)\end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $\left.\begin{matrix}y_E=2x_E-4\\y_E=0\end{matrix}\right\}$ و

أي : $\left.\begin{matrix}0=2x_E-4\\y_E=0\end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $\left.\begin{matrix}2x_E=4\\y_E=0\end{matrix}\right\}$ و أي : $\left.\begin{matrix}x_E=2\\y_E=0\end{matrix}\right\}$ و بالتالي فإن : $\boxed{E(2;0)}$.

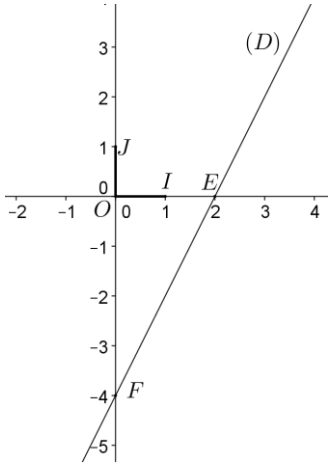
2) – لنحدد إحداثيتي F .

لدينا : F تقاطع (D) و محور الأراتيب يعني أن : $\left.\begin{matrix} F\in(D) \\ F\in(OJ) \end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $\left.\begin{matrix} y_F=2x_F-4 \\ x_F=0 \end{matrix}\right\}$ و

أي : $\left.\begin{matrix} y_F=2\times0-4 \\ x_F=0 \end{matrix}\right\}$ و ومنه فإن : $\left.\begin{matrix} y_F=-4 \\ x_F=0 \end{matrix}\right\}$ و بالتالي فإن : $\boxed{F(0;-4)}$.

3) – لننشئ المستقيم (D) .

لدينا : $(D)=(EF)$.



تمرين ⑥ :

1) – لنتحقق من أن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $(AB):\ y=2x-17$.

لدينا : $\left.\begin{matrix} 2x_A-17=2\times8-17=16-17=-1 \\ 2x_B-17=2\times7-17=14-17=-3 \end{matrix}\right\}$ و بما أن : $\left.\begin{matrix} y_A=-1 \\ y_B=-3 \end{matrix}\right\}$ و فإن : $\left.\begin{matrix} y_A=2x_A-17 \\ y_B=2x_B-17 \end{matrix}\right.$

و بالتالي فإن : المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $(AB):\ y=2x-17$.

2) – لنثبت أن : $(\Delta)\perp(AB)$.

لدينا : $(\Delta):\ x+2y-7=0$ يعني أن : $2y=-x+7$ و منه فإن : $y=\frac{-1}{2}x+\frac{7}{2}$

إذن : $m_{(\Delta)}\times m_{(AB)}=\frac{-1}{2}\times2=-1$ و بالتالي فإن : $(\Delta)\perp(AB)$.

3) – لنحدد قيمة a :

لدينا : (K) و (AB) متوازيان يعني أن : $m_{(K)}=m_{(AB)}$ و منه فإن : $\frac{a-1}{3}=2$

يعني أن : $a-1=6$ و منه فإن : $a=6+1$ و بالتالي فإن : $\boxed{a=7}$.