# مبـــــــرهنة فيتاغــــورس

## نشـاط تمهيدي

نعتبر الشكل جانبه بحيث $ABC$ مثلث قائم الزاوية في $B$ .

و $H$ المسقط العمودي لـ $B$ على $[AC]$ و $AB+AC=7.5$ .

1 – أحسب $AC$ بدلالة $x$ . $(x<7.5)$

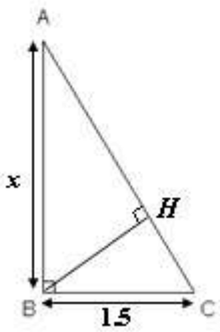
2 – حدد قيمة $x$

3 – بين أن $BH\times AC=AB\times BC$

4 – استنتج $BH$ بدلالة $x$.

5 – بين أن $AB^2=AH\times AC$ و $BC^2=CH\times AC$ .

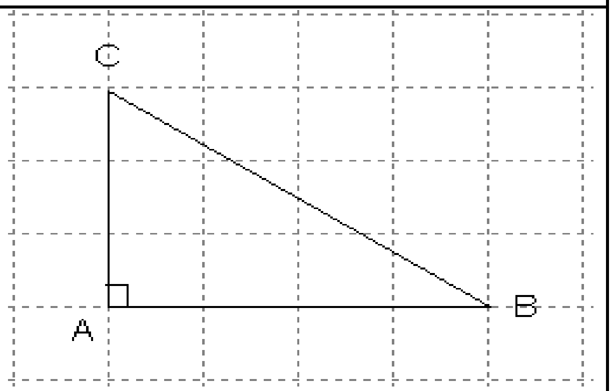
6 – استنتج تعبير $CH$ و $AH$ بدلالة $x$.




## I. مبرهنة فيتاغورس المباشرة:

### خاصية 1

إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي الزاوية القائمة.

| المعطيـــــات | النتـــــــائج |
|---|---|
|   | – الوتر هو : $[BC]$<br>– ضلعي الزاوية القائمة هما : $[AB]$ و $[AC]$<br>علاقة فيتاغورس هي:<br>$BC^2=AB^2+AC^2$ |

### ملاحظة

إذا كان $ABC$ مثلث قائم الزاوية في $A$ فإن :

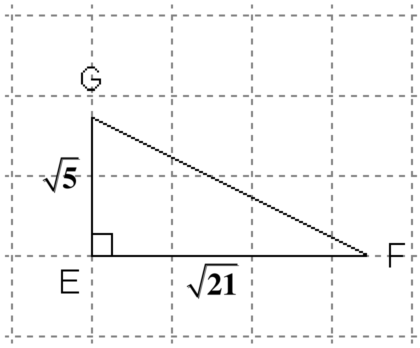
$AB^2=BC^2-AC^2$ و $AC^2=BC^2-AB^2$

### تطبيق1

$EFG$ مثلث قائم الزاوية في $E$ بحيث $EG=\sqrt{5}$ و $EF=\sqrt{21}$ .

أحسب $FG$.

## الحل




لدينا $EFG$ قائم الزاوية في الرأس E .

حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة لدينا $FG^2 = EF^2 + EG^2$

تطبيق عددي : $FG^2 = \left(\sqrt{21}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2$ .

يعني $FG^2 = 21 + 5$

يعني $FG^2 = 26$

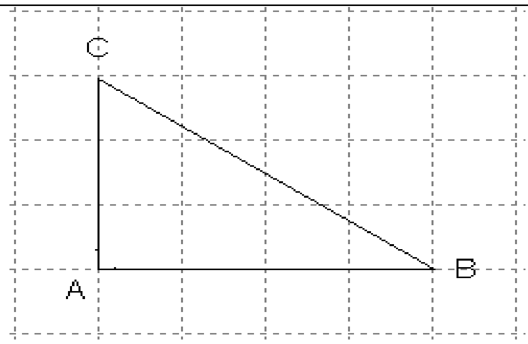
وبمأن $FG > 0$ فإن $FG = \sqrt{26}$

ملاحظة: تستعمل مبرهنة فيتاغورس المباشرة لحساب الأطوال. .

## II. مبرهنة فيتاغورس العكسية

### خاصية 2

إذا كان مجموع مربعي طولي ضلعين في مثلث يساوي مربع طول الضلع الثالث فإن المثلث قائم الزاوية.

| المعطيـــــات | النتــــــائج |
|---|---|
|   المثلث يحقق علاقة : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ | – الوتر هو : $[BC]$ <br> – ضلعي الزاوية القائمة هما : $[AB]$ و $[AC]$ <br> – المثلث $ABC$ قائم الزاوية في الرأس $A$ |

يمكنك البرهان على الخاصية ( الإستعانة بخاصيات شبه المنحرف و مساحة المثلث)

### تطبيق2

$IJK$ مثلث بحيث $JK = \sqrt{19}$ و $IJ = 4$ و $KI = \sqrt{3}$ . بين أن المثلث $IJK$ قائم الزاوية .

### الجواب

لدينا $JK^2 = \left(\sqrt{19}\right)^2 = 19$ و $IJ^2 + KI^2 = 4^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 16 + 3 = 19$ إذن $IJ^2 + KI^2 = KJ^2$

ومنه حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية المثلث $IJK$ القائم الزاوية في I

ملاحظة: تستعمل مبرهنة فيتاغورس العكسية لإثبات التعامد. .